

TABLEAUX D'AMORTISSEMENT

PROBLÈME

Pour moderniser son restaurant, Monsieur Simon souhaite emprunter 120 000 €, qu'il remboursera par des versements mensuels pendant 10 ans.

PARTIE A. MENSUALITÉS CONSTANTES

Sa banque lui propose un emprunt au taux d'intérêts annuel $t_a = 3\%$, pour lequel les mensualités seront toutes identiques. Dans ce problème, on négligera l'assurance du prêt.

Pour réaliser le calcul des mensualités, la banque utilise le taux mensuel t_m équivalent au taux annuel t_a . Celui-ci s'obtient au moyen de la formule :

$$1 + t_m = (1 + t_a)^{1/12}$$

1. Calculer le taux mensuel équivalent t_m au taux d'intérêts annuel de t_a .
2. Le versement réalisé tous les mois, appelé mensualité, se décompose en deux quantités :
 - Les intérêts qui correspondent à la proportion t_m du capital restant dû,
 - L'amortissement qui rembourse une partie du capital.

Ces deux quantités restent-elles constantes à chaque mensualité? Sinon, quelle est leur évolution?

3. On admet que le montant de la mensualité M , en fonction du capital emprunté C et du nombre total n de mensualités, est donné par la formule :

$$M = C \times \frac{t_m}{1 - (1 + t_m)^{-n}}$$

Calculer la mensualité M que devra verser Monsieur Simon.

4. La banque fournit à Monsieur Simon un tableau d'amortissement, précisant toutes les étapes de son emprunt.

Dans la feuille de calcul **mensualités constantes** du fichier de [tableaux d'amortissement](#), la **ligne 1** de ce tableau est déjà remplie.

- Observer cette ligne et comprendre le lien entre les différentes colonnes du tableau.
 - Utiliser des formules pour remplir la **ligne 2** du tableau d'amortissement.
 - Utiliser les fonctionnalités de recopie du tableur pour obtenir le tableau d'amortissement complet.
5. Quelle semble être la nature de la suite formée par les amortissements successifs?
Par quels calculs peut-on vérifier cette hypothèse?

PARTIE B. AMORTISSEMENTS CONSTANTS

Une banque concurrente propose à Monsieur Simon un autre type d'emprunt, appelé emprunt à amortissements constants. Dans ce type d'emprunt, les mensualités versées varient d'une période à l'autre, mais les amortissements sont tous identiques.

1. Sachant que les amortissements doivent couvrir le capital emprunté, déterminer le montant de l'amortissement compris dans chaque mensualité de cet emprunt.

Indice : *A quoi doit-êtré égale la somme de tous les amortissements ?*

2. La banque concurrente fournit également à Monsieur Simon un tableau d'amortissement, précisant toutes les étapes de son emprunt.

Dans la feuille de calcul **amortissements constants** du fichier de [tableaux d'amortissement](#), la **ligne 1** de ce tableau est déjà remplie.

- Utiliser des formules pour remplir la **ligne 2** du tableau d'amortissement.
 - Utiliser les fonctionnalités de recopie du tableur pour obtenir le tableau d'amortissement complet.
3. Que peut-on dire des suites de valeurs formées dans les différentes colonnes du tableau ?

PARTIE C. COMPARAISON DES DEUX PROPOSITIONS

Quels éléments devraient permettre à monsieur Simon de faire son choix parmi les deux propositions ?

PARTIE D. PROLONGEMENT

Démontrer la formule de calcul d'une mensualité constante.

Par définition, le capital emprunté est égal à la somme des mensualités versées actualisées à la date de l'emprunt, c'est-à-dire :

$$C = \frac{M}{1 + t_m} + \frac{M}{(1 + t_m)^2} + \dots + \frac{M}{(1 + t_m)^n}$$

Il s'agit donc d'effectuer une somme de termes d'une suite géométrique de raison $\frac{1}{1 + t_m}$.