

OPTIMISATION LINÉAIRE

PROBLÈME

Pour un mariage, un traiteur souhaite proposer deux desserts à ses clients.

- La réalisation du dessert **A** nécessite 10 € de matière première et 3 heures de fabrication.
- La réalisation du dessert **B** nécessite 20 € de matière première et 1,5 heures de fabrication.
- Le traiteur dispose d'un budget pour les matières premières limité à 700 €, et il dispose d'au plus 120 heures de travail.

1. Soit x le nombre de desserts **A** proposés et y le nombre de desserts **B** proposés.

Expliquer pourquoi x et y satisfont le système d'inéquations suivants :

$$(S) : \begin{cases} x \geq 0 \\ y \geq 0 \\ y \leq -\frac{1}{2}x + 35 \\ y \leq -2x + 80 \end{cases}$$

2. **a.** Tracer les droites (d_1) et (d_2) d'équations respectives $y = -\frac{1}{2}x + 35$ et $y = -2x + 80$ dans un repère.
- b.** Calculer les coordonnées du point I, point d'intersection de (d_1) et (d_2) .
3. Déterminer graphiquement l'ensemble des points du plan dont les coordonnées $(x; y)$ vérifient le système (S).

On coloriera les parties du plan qui sont solutions.

4. **a.** Le traiteur peut-il proposer à ses clients 25 desserts **A** et 20 desserts **B**?
- b.** Le traiteur peut-il proposer à ses clients 20 desserts **A** et 30 desserts **B**?
5. Les bénéfices réalisés par le traiteur sont de 6 € par dessert **A** et 8 € par dessert **B**.
- a.** Expliquer pourquoi le bénéfice total b vérifie :

$$b = 6x + 8y$$

- b.** Tracer la droite (d_{240}) qui correspond à un bénéfice total de 240 €. Ce bénéfice est-il réalisable par le traiteur? Justifier votre réponse.
- c.** Tracer la droite (d_{400}) qui correspond à un bénéfice total de 400 €. Ce bénéfice est-il réalisable par le traiteur? Si oui, donner un exemple de répartition du nombre de desserts **A** et **B** permettant ce bénéfice. Si non, justifier la réponse.
- d.** En déduire le nombre de desserts **A** et de desserts **B** à fabriquer pour réaliser un bénéfice maximal. Calculer ce bénéfice maximal.

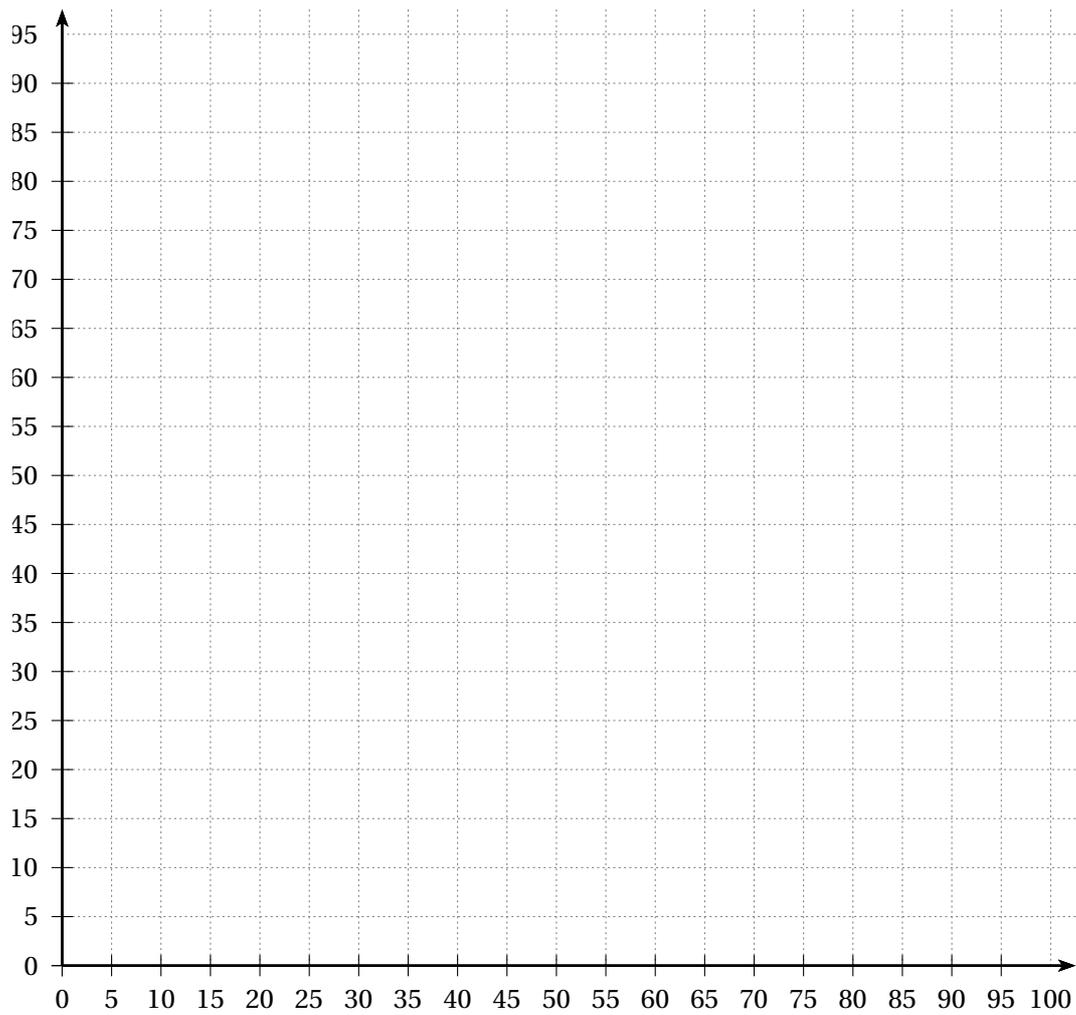
GRAPHIQUE

Pour ceux qui le peuvent, imprimer le repère ci-après.

Pour ceux qui le souhaitent, utiliser GeoGebra.

Pour ceux qui comptent reproduire le graphique sur une feuille, choisir :

- 1 carreau pour 5 desserts **A** sur l'axe des abscisses.
- 1 carreau pour 5 desserts **B** sur l'axe des ordonnées.



BON COURAGE!