

FONCTIONS ET PROBABILITÉS

PROBLÈME

Les trois parties de ce problème sont indépendantes.

PARTIE A : CAMPAGNE DE PUBLICITÉ

Une entreprise réalise une campagne de publicité sur six mois pour la sortie d'un nouveau smartphone.

Elle estime que la probabilité qu'une personne prise au hasard connaisse ce smartphone au bout de x semaines de publicité est donnée, pour tout $x \in [0 ; 26]$, par :

$$f(x) = \frac{9x}{10x + 40}$$

1. Quelle est la probabilité que cette personne connaisse ce smartphone après une semaine de publicité? Après deux semaines?
2. On note f' la dérivée de la fonction f . Montrer que, pour tout $x \in [0 ; 26]$:

$$f'(x) = \frac{360}{(10x + 40)^2}$$

3. Donner le signe de $f'(x)$ et en déduire le sens de variations de f sur l'intervalle $[0 ; 26]$.
4. Voici un algorithme :

```

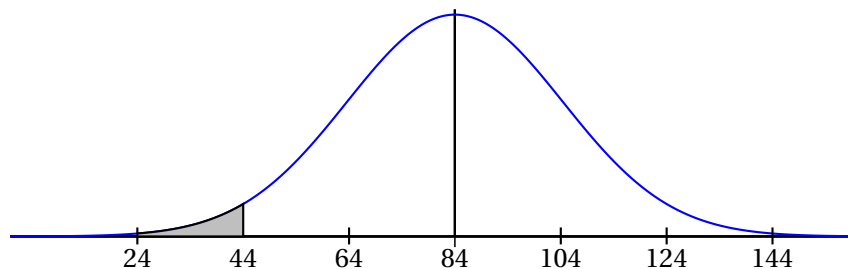
x ← 0
y ← 0
Tant que y < 0,75
    x ← x + 1
    y ←  $\frac{9x}{10x + 40}$ 
Fin Tant que
  
```

- a. Quelle est la valeur de la variable x à la fin de l'exécution de cet algorithme?
- b. Interpréter ce résultat dans le contexte du **PROBLÈME**.

PARTIE B : DURÉE DE VIE D'UN SMARTPHONE

On décide de modéliser la durée de vie, en mois, d'un smartphone par une variable aléatoire X qui suit une loi normale d'espérance μ et d'écart-type σ .

Sa fonction de densité est représentée ci-dessous ainsi que la probabilité $p(X \leq 44) = 0,025$.



1. A l'aide des informations fournies par le graphique, déterminer une valeur de :
 - a. l'espérance μ ;
 - b. $p(44 \leq X \leq 124)$.

Dans la suite on admet que l'écart-type est $\sigma = 20,4$.

2. Calculer $p(X > 120)$. Arrondir au centième.
3. La campagne de publicité de ce modèle de smartphone vantait sa fiabilité et affirmait que la durée de vie de ce modèle serait de plus de 10 ans pour au moins les trois quarts d'entre eux.
Qu'en pensez-vous?

PARTIE C : SERVICE APRÈS-VENTE

Une enquête a été réalisée dans une grande surface de multimédia sur des clients ayant acheté un smartphone deux ans plus tôt.

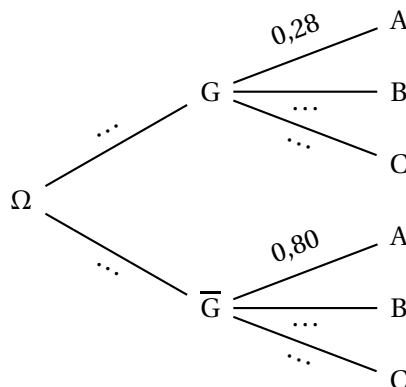
On a constaté que :

- 40 % de ces clients ont souscrit une garantie de deux ans. Parmi eux :
 - 28 % n'ont pas contacté le SAV;
 - un quart a contacté une seule fois le service après-vente (SAV);
 - les autres ont contacté le SAV au moins deux fois.
- Parmi les clients n'ayant pas souscrit de garantie de deux ans :
 - 80 % n'ont pas contacté le SAV;
 - 15 % ont contacté le SAV une seule fois;
 - les autres ont contacté le SAV au moins deux fois.

On choisit au hasard un client ayant acheté un smartphone dans ce magasin deux ans plus tôt et on note les évènements :

- G : « Le client a souscrit une garantie de deux ans »;
- A : « Le client n'a pas contacté le SAV »;
- B : « Le client a contacté le SAV une seule fois »;
- C : « Le client a contacté le SAV au moins deux fois ».

1. Recopier et compléter l'arbre de probabilités :



2. Calculer la probabilité que le client ait souscrit une garantie de deux ans et qu'il n'ait pas contacté le SAV.
3. Calculer la probabilité que le client n'ait pas contacté le SAV.