

TABLEAUX D'AMORTISSEMENT

PARTIE A. MENSUALITÉS CONSTANTES

1. On a : $1 + t_m = (1 + t_a)^{1/12} = (1,03)^{1/12} \simeq 1,002\,47$.

D'où : $t_m \simeq 0,002\,47 \simeq 0,247\%$.

2. Les intérêts diminuent à chaque mensualité.

L'amortissement augmente à chaque mensualité.

3. On a : $M = C \times \frac{t_m}{1 - (1 + t_m)^{-n}} \simeq 120\,000 \times \frac{0,002\,47}{1 - 1,002\,47^{-120}} \simeq 1\,156,49$.

Monsieur Simon devra verser une mensualité égale à 1 156,49 €.

4. Voir la feuille de calcul **mensualités constantes** du fichier de [tableaux d'amortissement](#).

5. La suite des amortissements successifs forme une suite géométrique de raison $1 + t_m$.

On peut l'observer dans la **colonne G** de la feuille de calcul où sont inscrits les rapports entre deux amortissements successifs.

Sinon et en notant respectivement C_n , I_n et A_n , le capital dû en début de période n , les intérêts et l'amortissement, alors, pour tout entier $n \in [1 ; 119]$:

$$A_{n+1} + I_{n+1} = A_n + I_n$$

$$A_{n+1} = A_n + I_n - I_{n+1}$$

$$A_{n+1} = A_n + t_m \times C_n - t_m \times C_{n+1}$$

$$A_{n+1} = A_n + t_m \times (C_n - C_{n+1})$$

$$A_{n+1} = A_n + t_m \times A_n$$

$$A_{n+1} = (1 + t_m) \times A_n$$

La suite (A_n) des amortissements est bien une suite géométrique de raison $1 + t_m$.

PARTIE B. AMORTISSEMENTS CONSTANTS

1. Soit A le montant de l'amortissement constant. On a : $A = \frac{C}{n} = \frac{120\,000}{120} = 1\,000$.

Le montant de l'amortissement compris dans chaque mensualité est égal à 1 000 €.

2. Voir la feuille de calcul **amortissements constants** du fichier de [tableaux d'amortissement](#).

3. Les intérêts diminuent à chaque mensualité.

Les mensualités diminuent également.

Les suites des intérêts et des mensualités forment des suites arithmétiques de raison $-2,47$.

On peut l'observer dans la **colonne G** de la feuille de calcul où sont inscrits les différences entre deux mensualités successives.

Curieusement et c'est à méditer :

$$A \times t_m = 2,47$$

PARTIE C. COMPARAISON DES DEUX PROPOSITIONS

En sélectionnant la **colonne E** des mensualités, on obtient la somme des mensualités et donc le coût de l'emprunt.

La somme des mensualités chez le banquier de Monsieur Simon est égale à 138 778,59 €.

Le coût de l'emprunt est donc égal à 18 778,59 €.

La somme des mensualités chez le banquier concurrent est égale à 137 905,12 €.

Le coût de l'emprunt est donc égal à 17 905,12 €.

Le coût de l'emprunt étant moindre chez le banquier concurrent, Monsieur Simon doit choisir cette banque concurrente.

PARTIE D. PROLONGEMENT

Par définition, le capital emprunté est égal à la somme des mensualités versées actualisées à la date de l'emprunt :

$$\begin{aligned}C &= \frac{M}{1+t_m} + \frac{M}{(1+t_m)^2} + \dots + \frac{M}{(1+t_m)^n} \\C &= \frac{M}{1+t_m} \times \left(1 + \frac{1}{1+t_m} + \dots + \frac{1}{(1+t_m)^{n-1}} \right) \\C &= \frac{M}{1+t_m} \times \frac{1 - \frac{1}{(1+t_m)^n}}{1 - \frac{1}{1+t_m}} \\C &= \frac{M}{1+t_m} \times \frac{1 - (1+t_m)^{-n}}{\frac{t_m}{1+t_m}} \\C &= M \times \frac{1 - (1+t_m)^{-n}}{t_m} \\M &= C \times \frac{t_m}{1 - (1+t_m)^{-n}}\end{aligned}$$