# PROBABILITÉS ET SUITES

## EXERCICE 1

### PARTIE A

1. En appelant $X$ le diamètre d'une pomme, on cherche $p(5{,}3 \leqslant X \leqslant 6{,}7)$.

   A la calculatrice, on a : $p(5{,}3 \leqslant X \leqslant 6{,}7) \simeq 0{,}682$.

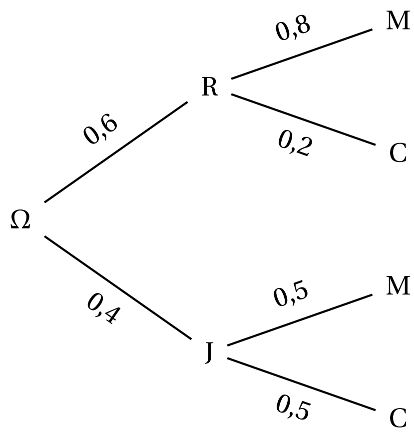
   On peut aussi remarquer que l'intervalle $[5{,}3\ ;\ 6{,}7]$ est l'intervalle à « 1 sigma » et que l'intervalle à « 1 sigma » contient toujours environ 68,2 % des données.

   La probabilité qu'une pomme soit vendue au marché est donc environ égale à 0,682.

2. La probabilité qu'une pomme serve à faire des compotes est donc environ égale à 0,318.

### PARTIE B

1. Arbre de probabilités :




2. On a : $p(\mathrm{R} \cap \mathrm{M}) = p(\mathrm{R}) \times p_{\mathrm{R}}(\mathrm{M}) = 0{,}6 \times 0{,}8 = 0{,}48$.

   La probabilité que la pomme soit rouge **et** soit vendue au marché est égale à 0,48.

3. **a.** On a : $p(\mathrm{M}) = p(\mathrm{R} \cap \mathrm{M}) + p(\mathrm{J} \cap \mathrm{M}) = 0{,}48 + p(\mathrm{J}) \times p_{\mathrm{J}}(\mathrm{M}) = 0{,}48 + 0{,}4 \times 0{,}5 = 0{,}68$.
   La probabilité qu'une pomme soit vendue au marché est bien égale à 68 %.

   **b.** Ce résultat est bien cohérent avec celui obtenu à la **question 1.** de la **PARTIE A**.

4. On cherche $p_{\mathrm{M}}(\mathrm{R})$.

   On a : $p_{\mathrm{M}}(\mathrm{R}) = \dfrac{p(\mathrm{M} \cap \mathrm{R})}{p(\mathrm{M})} = \dfrac{0{,}48}{0{,}68} \simeq 0{,}706$.

   La probabilité qu'une pomme soit rouge sachant qu'elle est achetée au marché est environ égale à 0,706.

**EXERCICE 2**

**PARTIE A**

1. On a : $t_{\text{global}} = \dfrac{y_2 - y_1}{y_1} = \dfrac{14\,000 - 7\,000}{7\,000} = 1 = 100\ \%$.

   Le nombre d'individus infectés en 3 jours augmente de 100 %.

2. On a : $1 + t_{\text{moyen}} = \left(1 + t_{\text{global}}\right)^{\frac{1}{3}} = 2^{\frac{1}{3}} \simeq 1{,}26$. D'où : $t_{\text{moyen}} \simeq 0{,}26$.

   Le nombre d'individus infectés augmente bien en moyenne d'environ 26 % chaque jour.

**PARTIE B**

1. On a : $u_1 = 1{,}26 \times u_0 = 1{,}26 \times 14\,000 = 17\,640$.

   On a : $u_2 = 1{,}26 \times u_1 = 1{,}26 \times 17\,640 \simeq 22\,226$.

2. Chaque jour, le nombre d'individus infectés augmente de 26 % donc, pour tout $n \in \mathbb{N}$ :

$$u_{n+1} = 1{,}26 \times u_n$$

3. D'après la **question** qui précède et par **DÉFINITION**, la suite $(u_n)$ est une suite de géométrique de raison 1,26 et de premier terme 14 000.

4. Par **PROPRIÉTÉ** d'une suite géométrique et, pour tout $n \in \mathbb{N}$ :

$$u_n = 1{,}26^n \times 14\,000$$

5. On a : $u_7 = 1{,}26^7 \times 14\,000 \simeq 70\,587$.

   Le lundi suivant, le nombre d'individus infectés est environ égal à 70 587.

**PARTIE C**

1. Algorithme :

```
N ← 0
U ← 14 000
Tant que U ⩽ 1 000 000
    N ← N + 1
    U ← 1,26 × U
Fin Tant que
```

2. A la calculatrice, on obtient successivement : $u_{18} \simeq 897\,011$ et $u_{19} \simeq 1\,130\,234$.

   Comme la suite $(u_n)$ est une suite croissante, alors le nombre de jours écoulés depuis le lundi à partir duquel le nombre d'individus infectés dépassera 1 000 000 est égal à 19.

   On peut aussi retrouver ce résultat en résolvant l'inéquation $1{,}26^x \times 14\,000 > 1\,000\,000$ :

$$1{,}26^x \times 14\,000 > 1\,000\,000 \Leftrightarrow 1{,}26^x > \frac{1\,000\,000}{14\,000} \Leftrightarrow x > \frac{\log \dfrac{1\,000\,000}{14\,000}}{\log 1{,}26} (\simeq 18{,}47)$$

   Le plus petit entier supérieur à 18,47 est l'entier 19.