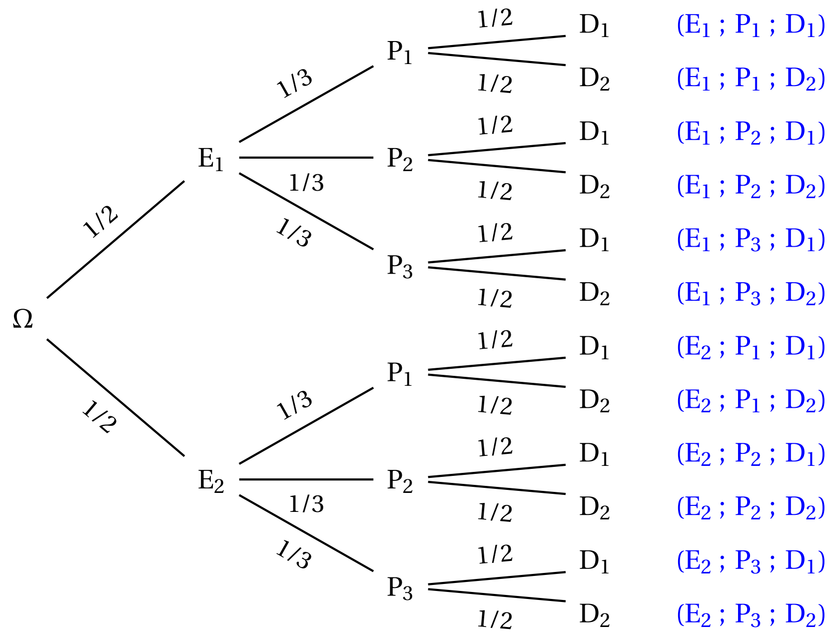
PROBABILITÉS ET FONCTIONS

EXERCICE 1

1. On note :
   - E_1 : « l'entrée est l'assiette de charcuterie » ;
   - E_2 : « l'entrée est la soupe chaude du jour » ;
   - P_1 : « le plat est le poulet basquaise » ;
   - P_2 : « le plat est le bœuf aux petits légumes » ;
   - P_3 : « le plat est le poisson à la bordelaise » ;
   - D_1 : « le dessert est la marquise au chocolat » ;
   - D_2 : « le dessert est le moelleux aux fruits ».

   L'arbre de probabilités ci-dessous montre qu'il y a 12 menus possibles :



2. **a.** La probabilité p_1 qu'un client choisisse un menu avec de la viande (P_1 ou P_2) en plat principal est donnée par : $p_1 = \frac{8}{12} = \frac{2}{3}$.

   b. La probabilité p_2 que le menu servi soit composé de charcuterie (E_1) et d'un moelleux aux fruits (D_2) est donnée par : $p_2 = \frac{3}{12} = \frac{1}{4}$.

3. Lorsque le client choisit la soupe (E_2) du jour en entrée, il y a 6 menus possibles.

   La probabilité p_3 qu'il choisisse alors du poisson (P_3) comme plat principal est donnée par : $p_3 = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$.

4. En retirant la soupe et en rajoutant un dessert, le nombre n de menus possibles pour le client est donné par : $n = 1 \times 3 \times 3 = 9$.

   Le client a moins de choix de menus.

EXERCICE 2

PARTIE A.

Le coût de production de ces séjours en euros, est donné sur l'intervalle $[2\ ;\ 10]$ par :

$$f(x) = 40x + \frac{1\,000}{x}$$

1. Pour tout $x \in [2\ ;\ 10]$: $f'(x) = 40 - \dfrac{1\,000}{x^2}$.

2. En factorisant $f'(x)$, on a : $f'(x) = \dfrac{40x^2 - 1\,000}{x^2} = \dfrac{40(x^2-25)}{x^2} = \dfrac{40(x-5)(x+5)}{x^2}$.

   On peut aussi développer le résultat et retrouver $f'(x)$ pour traiter cette question.

3. Comme, pour tout $x \in [2\ ;\ 10]$, $x^2 > 0$, alors le signe de $f'(x)$ ne dépend que de celui de $40(x-5)(x+5)$.

   Sur $\mathbb{R}$, le polynôme du second degré $40(x-5)(x+5)$ est négatif entre les racines -5 et 5 et positif « ailleurs ».

   Le tableau de variations de f est donné par :

x	2		5		10
$f'(x)$		$-$	0	$+$	
$f(x)$	580	$\searrow$	400	$\nearrow$	500

4. D'après le tableau de variations de f, le coût de production est minimum pour 5 séjours.

   Le coût minimal est égal à 400 €.

PARTIE B.

Chaque séjour est vendu 110 euros.
On rappelle que le bénéfice net est la différence entre la recette et le coût de production.

1. Pour 3 séjours :

   La recette est égale à : $3 \times 110 = 330$ euros.

   Le coût de production est égal à : $f(3) = 40 \times 3 + \dfrac{1\,000}{3} \simeq 453{,}33$ euros.

   Le bénéfice net de l'agence est environ égal à : $330 - 453{,}33 \simeq -123{,}33$ euros.

2. Pour 7 séjours :

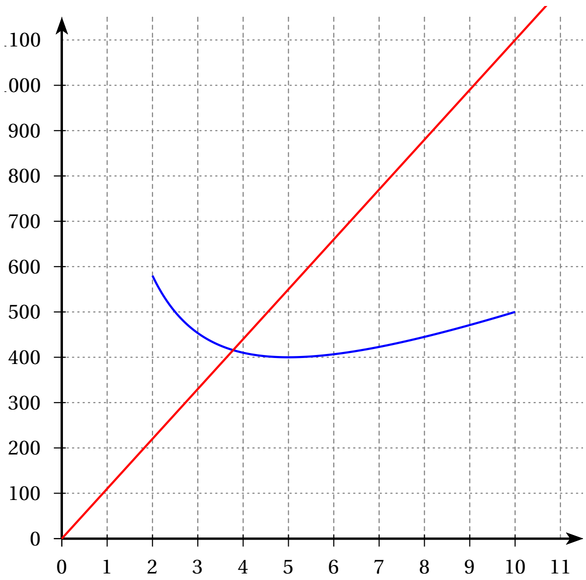
   La recette est égale à : $7 \times 110 = 770$ euros.

   Le coût de production est égal à : $f(7) = 40 \times 7 + \dfrac{1\,000}{7} \simeq 422{,}86$ euros.

   Le bénéfice net de l'agence est environ égal à : $770 - 422{,}86 \simeq 347{,}14$ euros.

3. Pour tout $x \in [2\ ;\ 10]$: $R(x) = 110x$.

4. Graphique avec la courbe C de la fonction f et la « droite » des recettes d'équation réduite $y = 110x$:



La droite des recettes passe par exemple par l'origine (0 ; 0) et par le point de coordonnées (10 ; 1 100).

5. Graphiquement, l'agence est bénéficiaire lorsque la droite des recettes est située au-dessus de la courbe C. C'est le cas à partir de 4 séjours vendus.