

## CELLULE DE REFROIDISSEMENT

### PROBLÈME

Un restaurateur a équipé la cuisine de son restaurant d'une cellule de refroidissement rapide. Afin de contrôler si la cellule lui permet de respecter les règles d'hygiène en vigueur et éviter ainsi tout développement de bactéries, il cuisine des rôtis de veau à une température de cuisson de 65°C puis les installe à refroidir dans la cellule dès la fin de la cuisson. Il relève de manière régulière la température à la surface et la température au cœur des rôtis de veau.

Voici les températures relevées toutes les dix minutes à la surface et au cœur d'un rôti à compter du moment où les aliments ont été installés dans la cellule de refroidissement :

Temps en minutes	0	10	20	30	40	50	60	70	80	90	100	110	120
Température à la surface en °C	65	45	28	16	9	5	4	3	3	3	3	3	3
Température au cœur en °C	65	47	33	22	14	9	6	4	4	3	3	3	3

### PARTIE A.

D'après les résultats du test, la cellule de refroidissement permet-elle de respecter la réglementation en vigueur concernant le refroidissement rapide?

#### DISPOSITIONS PARTICULIÈRES APPLICABLES AUX ÉTABLISSEMENTS DE RESTAURATION COLLECTIVE

Conformément au 3 de l'article 17 et au 3 de l'article 4 du règlement (CE) n° 852/2004 du 29 avril 2004, les dispositions particulières suivantes sont applicables aux établissements de restauration collective :

1. Le refroidissement rapide des préparations culinaires est opéré de telle manière que leur température à cœur ne demeure pas à des valeurs comprises entre + 63°C et + 10°C pendant plus de deux heures, sauf si une analyse des dangers validée a prouvé qu'un refroidissement moins rapide reste suffisant pour garantir la salubrité des produits d'origine animale et denrées alimentaires en contenant. Après refroidissement, ces produits d'origine animale et denrées alimentaires en contenant sont conservées dans une enceinte dont la température est comprise entre 0°C et + 3°C.

2. Les préparations culinaires destinées à être consommées froides sont refroidies rapidement, le cas échéant, et entreposées dès la fin de leur élaboration et jusqu'à l'utilisation finale dans une enceinte dont la température est comprise entre 0°C et + 3°C.

Ces préparations culinaires sont retirées de cette enceinte au plus près de la consommation, dans un délai maximum de deux heures sous réserve que le produit soit maintenu à une température inférieure ou égale à + 10°C, sauf si une analyse des dangers validée a montré qu'un autre couple temps/température offre le même niveau de sécurité pour les consommateurs.

3. La remise en température des préparations culinaires à servir chaudes est opérée de telle manière que leur température ne demeure pas pendant plus d'une heure à des valeurs comprises entre + 10°C et la température de remise au consommateur. En tout état de cause, cette température ne peut être inférieure à + 63°C, sauf si une analyse des dangers validée a montré qu'une température inférieure n'entraîne pas de risque pour la santé du consommateur. Ces préparations culinaires doivent être consommées le jour de leur première remise en température.

## PARTIE B. MODÉLISATION DU REFROIDISSEMENT

1. A l'aide de GeoGebra, réaliser les nuages de points représentant la température à la surface et la température au cœur du rôti, mesurées en degré Celsius, en fonction du temps de refroidissement mesuré en minute.

Pour cela et à partir du tableur, créer une liste de point en sélectionnant les plages **A2 : A14** et **B2 : B14**, puis une autre liste de points en sélectionnant les plages **A2 : A14** et **C2 : C14**.

2. Déterminer pour chacun des nuages de points une courbe modélisant au mieux la température en fonction du temps sur l'intervalle  $[0 ; 90]$ .

Pour cela et en zone de saisie, utiliser l'un des outils **AjustLin**, **AjustPoly** ou **AjustExp**.

3. En utilisant la modélisation précédente :

- Estimer la température à la surface et la température au cœur du rôti en degré Celsius à 45 min ;
- Estimer le temps à partir duquel la température au cœur du rôti est inférieure à  $10^{\circ}\text{C}$ .

## PARTIE C.

On choisit désormais de modéliser l'évolution des températures à la surface et au cœur du rôti par des fonctions polynomiales de degré trois.

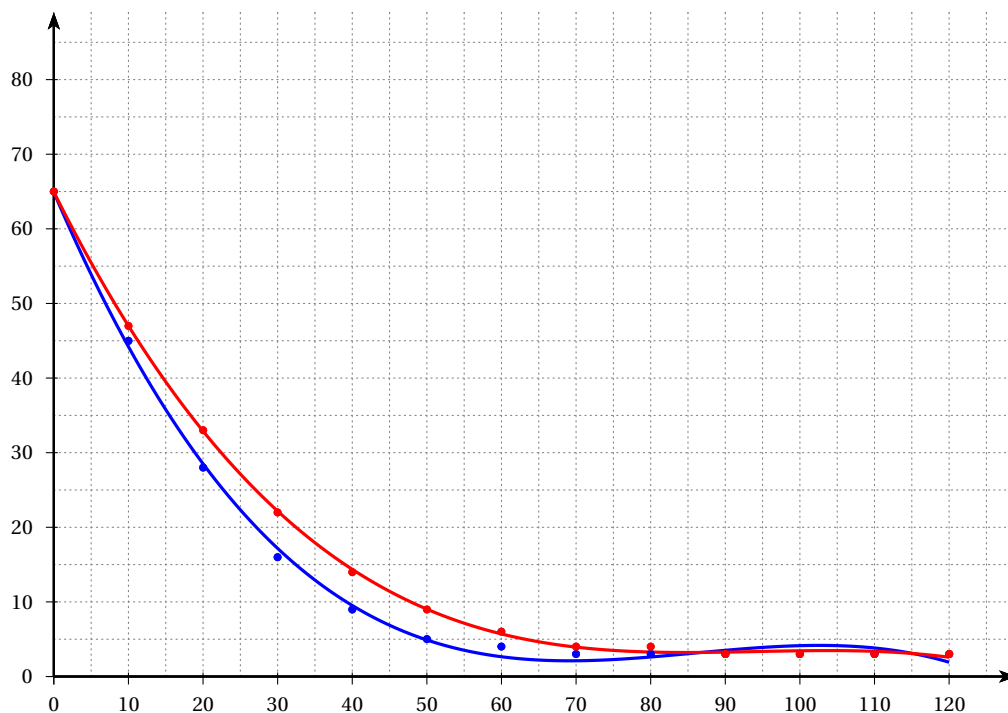
On note  $f(x)$  la température à la surface en degré Celsius, et  $g(x)$  la température à cœur en degré Celsius,  $x$  représentant le temps écoulé en minutes depuis le début du refroidissement.

Les expressions des fonctions  $f$  et  $g$  sont celles obtenues dans la **PARTIE B** à l'aide de GeoGebra. A savoir :

$$f(x) = -0,000\ 11x^3 + 0,028\ 37x^2 - 2,343\ 58x + 64,917\ 58$$

$$g(x) = -0,000\ 08x^3 + 0,021\ 43x^2 - 2,000\ 12x + 64,934\ 07$$

Les courbes des fonctions  $f$  et  $g$  sont représentées ci-dessous :



On s'intéresse maintenant à la variation de la température à la surface et au cœur du rôti en fonction du temps entre 0 et 90 minutes.

1. Notion de variation moyenne de température :
  - a. Calculer la différence de température à la surface du rôti entre les temps 0 et 4 minutes.
  - b. En déduire la variation moyenne de température en °C par minute de la surface du rôti sur l'intervalle de temps  $[0 ; 4]$ .
2. Au temps  $n$ , centre de l'intervalle  $[n - 1 ; n + 1]$ , on associe la valeur  $v(n)$  correspondant à la variation moyenne de la température en degrés Celsius par minute à la surface du rôti sur l'intervalle  $[n - 1 ; n + 1]$ .

Par exemple,  $v(1) = \frac{f(2) - f(0)}{2}$  est la variation moyenne de température en °C par minute de la surface du rôti sur l'intervalle de temps  $[0 ; 2]$ .

En utilisant la définition ci-dessus et à l'aide du tableur de GeoGebra, associer à chaque temps entier allant de 1 minute à 89 minutes :

- a. La variation moyenne  $v(n)$  de la température à la surface du rôti.
- b. La variation moyenne de la température au cœur du rôti.

On pourra créer deux tableaux comme ci-dessous :

temps $n$	$f(n - 1)$	$f(n + 1)$	$v(n)$
1			
2			
...			
88			
89			

3. A partir de ces deux tableaux :
  - a. Réaliser le nuage de points  $(n ; v(n))$  représentant la variation moyenne de la température à la surface du rôti.
  - b. Faire de même un nuage de points représentant la variation moyenne de la température au cœur du rôti.
  - c. Déterminer alors pour chacun des nuages des points, une courbe modélisant au mieux la variation moyenne de la température en fonction du temps sur l'intervalle  $[1 ; 89]$  à l'aide d'un ajustement par un polynôme de degré 2.
  - d. Calculer  $f'(x)$  et  $g'(x)$ , où  $f'$  et  $g'$  représentent les fonctions dérivées des fonctions  $f$  et  $g$ .
  - e. Comparer sur un même graphique les courbes modélisant les variations de la température à la surface et au cœur du rôti en fonction du temps sur l'intervalle  $[1 ; 89]$  à l'aide des polynômes de degré 2 trouvés précédemment et celles des fonctions dérivées  $f'$  et  $g'$ .

Remarque : si  $f$  et  $g$  sont les fonctions qui modélisent respectivement la température à la surface du rôti et la température au cœur du rôti en fonction du temps, on admet que les fonctions dérivées  $f'$  et  $g'$  modélisent la variation moyenne de la température à la surface et la variation de la température au cœur du rôti.

**PARTIE D.**

Le restaurateur a également fait un relevé de température de l'air intérieur de la cellule de refroidissement pendant le test.

Voici les résultats :

Temps en minutes	10	20	30	40	50	60	70	80	90
Température de l'air en °C	28	12	0	-9	-15	-15	-14	-7	1

1. Déterminer un modèle représentant au mieux la température de l'air en fonction du temps sur l'intervalle  $[0 ; 90]$  à l'aide d'un ajustement par un polynôme de degré deux.  
On nommera  $h$  la fonction obtenue.
2. Déterminer la fonction dérivée  $h'$  modélisant la variation moyenne de la température de l'air en fonction du temps sur l'intervalle  $[0 ; 90]$ .
3. Quel lien peut-on faire entre l'évolution de la température entre 0 et 90 minutes, modélisée par la fonction  $h$ , et la variation moyenne de la température de l'air, modélisée par la fonction dérivée  $h'$ ?