FONCTIONS EXPONENTIELLES

~ 10 points **EXERCICE 1**

Un service internet de téléchargement de vidéos s'intéresse depuis le 1er janvier 2015 à l'évolution du nombre de ses abonnés.

Après étude, le nombre d'abonnés, exprimé en millions, est modélisé par la fonction f définie sur l'intervalle $[0\,;\,20]$ par l'expression :

$$f(t) = 43 \times 1{,}08^t$$

où t est la durée écoulée, exprimée en années, depuis le 1er janvier 2015.

1. Calculer $f(0)$ puis interpréter le résultat dans le contexte de l'exercice.
2. Calculer le nombre d'abonnés au 1er janvier 2017.
3. Calculer le nombre d'abonnés au 1er juillet 2020.
4. On admet que la fonction f a le même sens de variations que la fonction $t \mapsto 1{,}08^t$ sur l'intervalle $[0\,;\,20]$.

   Déterminer le sens de variations de la fonction f sur l'intervalle $[0\,;\,20]$.
5. Déterminer l'année à partir de laquelle le nombre d'abonnés dépassera le double du nombre d'abonnés observé au 1er janvier 2015.

~ 10 points **EXERCICE 2**

Dans une ville, 10 000 vélos sont mis en service en même temps.

On estime qu'en raison des accidents, des dégradations et des problèmes techniques, 6 % de ces vélos sont retirés de la circulation chaque année (régulièrement au fil des mois).

1. Combien de vélos sont toujours en circulation au bout d'un an ?
2. On choisit de modéliser cette situation par la fonction f, qui pour x, exprimé en nombre entier d'années, donne le nombre de vélos restant en circulation. On a donc un modèle exponentiel :

   $$f(x) = k \times a^x$$

   a. Indiquer la valeur des réels k et a.

   b. En déduire le nombre de vélos restants au bout de 20 ans.
3. Convertir 54 mois en années, puis déterminer le nombre de vélos en circulation après 54 mois en admettant que le modèle précédent reste valable pour des nombres non entiers d'années.
4. Déterminer, selon ce modèle, la durée minimale (en année et en mois) pour qu'il reste moins de 2 000 vélos en circulation.