FONCTIONS EXPONENTIELLES (SUJET DE SECOURS)

~ 7 points **EXERCICE 1**

1. On a : $C(0) = 10\,000$. Or : $C(0) = k \times a^0 = k \times 1 = k$. D'où : $k = 10\,000$.

   Le capital augmente de 2 % en 1 an, autrement dit, il est multiplié par 1,02 en 1 an.

   On a : $C(1) = 10\,000 \times 1{,}02$. Or : $C(1) = 10\,000 \times a^1 = 10\,000 \times a$. D'où : $a = 1{,}02$.

2. Le 1er janvier 2026 : $x = 5$ et $C(5) = 10\,000 \times 1{,}02^5 \simeq 11\,040{,}81$.

   Le 1er janvier 2026, le capital est environ égal à 11 040,81 €.

3. On obtient par balayage : $C(35) = 10\,000 \times 1{,}02^{35} \simeq 19\,999$ et $C(36) = 10\,000 \times 1{,}02^{36} \simeq 20\,399$.

   Le capital aura au moins doublé au bout de 36 ans.

4. On a : $1 + t_{\text{mensuel}} = (1 + t_{\text{annuel}})^{\frac{1}{12}} = 1{,}02^{\frac{1}{12}} \simeq 1{,}001\,65$.

   D'où : $t_{\text{mensuel}} \simeq 1{,}001\,65 - 1 \simeq 0{,}001\,65 \simeq 0{,}165\ \%$.

   Le taux mensuel moyen équivalent au taux annuel de 2 % est environ égal à 0,165 %.

5. Le 1er octobre 2021, il s'est écoulé 6 mois.

   On a : $C = 10\,000 \times (1 + t_{\text{mensuel}})^6 \simeq 10\,000 \times 1{,}001\,65^6 \simeq 10\,099{,}50$.

   Le 1er octobre 2021, le capital est environ égal à 10 099,50 €.

   On obtient le même résultat en calculant $C(0{,}5) = 10\,000 \times 1{,}02^{0{,}5}$.

~ 7 points **EXERCICE 2**

1. La croissance du nombre d'objets connectés est exponentielle donc $f(t) = k \times a^t$.

   On a : $f(0) = 42$. Or : $f(0) = k \times a^0 = k \times 1 = k$. D'où : $k = 42$.

   Le nombre d'objets connectés augmente de 14 % en 1 an, autrement dit, il est multiplié par 1,14 en 1 an.

   On a : $f(1) = 42 \times 1{,}14$. Or : $f(1) = 42 \times a^1 = 42 \times a$. D'où : $a = 1{,}14$.

2. On a : $f(2) = 42 \times 1{,}14^2 \simeq 54{,}58$.

   Ce nombre est le nombre d'objets connectés au bout de 2 ans depuis le 1er décembre 2015, c'est à dire le 1er décembre 2017.

3. le 1er décembre 2025 : $t = 10$ et $f(10) = 42 \times 1{,}14^{10} \simeq 155{,}70$.

   Le 1er décembre 2025, il y a environ 155,70 milliards d'objets connectés.

4. le 1er juin 2020 : $t = 4{,}5$ et $f(10) = 42 \times 1{,}14^{4{,}5} \simeq 75{,}74$.

   Le 1er juin 2020, il y a environ 75,74 milliards d'objets connectés.

5. On obtient par balayage : $f\left(9 + \frac{8}{12}\right) \simeq 149{,}05$ et $f\left(9 + \frac{9}{12}\right) \simeq 150{,}69$.

   Le nombre d'objets connectés dans le monde atteint 150 milliards au cours du mois d'août 2024.

~ 6 points **EXERCICE 3**

1. A la sortie du four : $x = 0$ et $T(0) = 21 + 65 \times 0{,}9^0 = 21 + 65 \times 1 = 86$.

   La température du café à sa sortie du four est égale à 86°C.

2. On a : $T(5) = 21 + 65 \times 0{,}9^5 \simeq 59{,}38$.

   La température du café au bout de 5 minutes est environ égale à 59,38°C.

3. On obtient par balayage : $T\left(6 + \frac{9}{60}\right) \simeq 55{,}00$ et $T\left(6 + \frac{10}{60}\right) \simeq 54{,}94$.

   Une personne qui aime boire son café à 55 °C doit attendre un peu plus de 6 minutes et 9 secondes.

4. Au bout d'une heure : $x = 60$ et $T(60) = 21 + 65 \times 0{,}9^{60} \simeq 21{,}12$.

   Au bout de deux heures : $x = 120$ et $T(120) = 21 + 65 \times 0{,}9^{120} \simeq 21{,}00$.

   La température de la pièce semble être égale à 21°C car la température du café s'en rapproche sur le long terme.

   Nous aborderons ce genre de problématique lorsque nous parlerons de limite de fonction.