

**FONCTIONS EXPONENTIELLES**~ 7 points **EXERCICE 1**

1. On a :  $C(0) = 10\,000$ . Or :  $C(0) = k \times a^0 = k \times 1 = k$ . D'où :  $k = 10\,000$ .  
Le capital augmente de 3 % en 1 an, autrement dit, il est multiplié par 1,03 en 1 an.  
On a :  $C(1) = 10\,000 \times 1,03$ . Or :  $C(1) = 10\,000 \times a^1 = 10\,000 \times a$ . D'où :  $a = 1,03$ .
2. Le 1<sup>er</sup> janvier 2025 :  $x = 5$  et  $C(5) = 10\,000 \times 1,03^5 \simeq 11\,592,74$ .  
Le 1<sup>er</sup> janvier 2025, le capital est environ égal à 11 592,74 €.
3. On obtient par balayage :  $C(23) = 10\,000 \times 1,03^{23} \simeq 19\,736$  et  $C(24) = 10\,000 \times 1,03^{24} \simeq 20\,328$ .  
Le capital aura au moins doublé au bout de 24 ans.
4. On a :  $1 + t_{\text{mensuel}} = (1 + t_{\text{annuel}})^{\frac{1}{12}} = 1,03^{\frac{1}{12}} \simeq 1,002\,47$ .  
D'où :  $t_{\text{mensuel}} \simeq 1,002\,47 - 1 \simeq 0,002\,47 \simeq 0,247\%$ .  
Le taux mensuel moyen équivalent au taux annuel de 3 % est environ égal à 0,247 %.
5. Le 1<sup>er</sup> juillet 2021, il s'est écoulé 18 mois.  
On a :  $C = 10\,000 \times (1 + t_{\text{mensuel}})^{18} \simeq 10\,000 \times 1,002\,47^{18} \simeq 10\,453,36$ .  
Le 1<sup>er</sup> juillet 2021, le capital est environ égal à 10 453,36 €.  
On obtient le même résultat en calculant  $C(1,5) = 10\,000 \times 1,03^{1,5}$ .

~ 7 points **EXERCICE 2**

1. On a :  $m(1) = 100 \times 1,15^1 - 100 = 100 \times 1,15 - 100 = 115 - 100 = 15$ .  
Au bout de 1 minute, la masse de caramel obtenue est égale à 15 g.
2. On a :  $m(2) = 100 \times 1,15^2 - 100 = 32,25$ .  
Au bout de 2 minutes, la masse de caramel obtenue est égale à 32,25 g.
3. On a :  $m(3,5) = 100 \times 1,15^{3,5} - 100 \simeq 63,10$ .  
Au bout de 3 minutes et 30 secondes, la masse de caramel est environ égale à 63,10 g.
4. On a :  $m(5) = 100 \times 1,15^5 - 100 \simeq 101,14$ .  
Comme 100 g de sucre vont donner 100 g de caramel et  $101,14 \simeq 100$ , alors la caramélisation du sucre dure bien environ 5 minutes.
5. On obtient par balayage :  $m(2 + \frac{54}{60}) \simeq 49,98$  et  $m(2 + \frac{55}{60}) \simeq 50,33$ .  
Il y a autant de sucre que de caramel dans la casserole au bout de 2 minutes et 54 secondes environ.
6. La première demi-caramélisation dure environ 3 minutes et la deuxième demi-caramélisation dure environ 2 minutes.  
La caramélisation du sucre est donc plus rapide à la fin. C'est un peu le principe de la croissance exponentielle. Demandez à Chef Bessière ce qu'il en pense.

~ 6 points **EXERCICE 3**

1. A la sortie du four :  $x = 0$  et  $T(0) = 19 + 70 \times 0,9^0 = 19 + 70 \times 1 = 89$ .

La température du thé à sa sortie du four est égale à  $89^\circ\text{C}$ .

2. On a :  $T(5) = 19 + 70 \times 0,9^5 \simeq 60,33$ .

La température du thé au bout de 5 minutes est environ égale à  $60,33^\circ\text{C}$ .

3. On obtient par balayage :  $T\left(5 + \frac{4}{60}\right) \simeq 60,04$  et  $T\left(5 + \frac{5}{60}\right) \simeq 59,97$ .

Une personne qui aime boire son thé à  $60^\circ\text{C}$  doit attendre un peu plus de 5 minutes et 4 secondes.

4. Au bout d'une heure :  $x = 60$  et  $T(60) = 19 + 70 \times 0,9^{60} \simeq 19,13$ .

Au bout de deux heures :  $x = 120$  et  $T(120) = 19 + 70 \times 0,9^{120} \simeq 19,00$ .

La température de la pièce semble être égale à  $21^\circ\text{C}$  car la température du thé s'en rapproche sur le long terme.

Nous aborderons ce genre de problématique lorsque nous parlerons de limite de fonction.