

SUITES NUMÉRIQUES

(SUJET DE SECOURS)

PARTIE A. ÉTUDE DU 1^{ER} CONTRAT

- Le salaire annuel net de Paul augmente de 1 000 € tous les ans donc :
 - $u_1 = 21\,000 + 1\,000 = 22\,000$. En 2021, le salaire net annuel de Paul est égal à 22 000 €.
 - $u_2 = 22\,000 + 1\,000 = 23\,000$. En 2022, le salaire net annuel de Paul est égal à 23 000 €.
- Le salaire annuel net de Paul augmente de 1 000 € tous les ans donc, $\forall n \in \mathbb{N}$:

$$u_{n+1} = u_n + 1\,000$$

- Puisque, pour tout $n \in \mathbb{N}$, $u_{n+1} = u_n + 1\,000$, alors, par DÉFINITION, la suite (u_n) est une suite arithmétique de raison 1 000.
- Puisque (u_n) est une suite arithmétique de raison 1 000, alors, par PROPRIÉTÉ, $\forall n \in \mathbb{N}$:

$$u_n = u_0 + n \times 1\,000 = 21\,000 + 1\,000n$$

- En 2029, $n = 9$, et $u_9 = 21\,000 + 1\,000 \times 9 = 30\,000$.
En 2029, le salaire net annuel de Paul est égal à 30 000 €.

PARTIE B. ÉTUDE DU 2^{EME} CONTRAT

- Le salaire annuel net de Paul augmente de 7 % tous les ans donc :
 - $v_1 = 1,07 \times 18\,000 = 19\,260$. En 2021, le salaire net annuel de Paul est égal à 19 260 €.
 - $v_2 = 1,07 \times 19\,260 = 20\,608,2$. En 2022, le salaire net annuel de Paul est égal à 20 608,20 €.
- Le salaire annuel net de Paul augmente de 7 % tous les ans donc, $\forall n \in \mathbb{N}$:

$$v_{n+1} = 1,07 \times v_n$$

- Puisque, pour tout $n \in \mathbb{N}$, $v_{n+1} = 1,07 \times v_n$, alors, par DÉFINITION, la suite (v_n) est une suite géométrique de raison 1,07.
- Puisque (v_n) est une suite géométrique de raison 1,07, alors, par PROPRIÉTÉ, $\forall n \in \mathbb{N}$:

$$v_n = 1,07^n \times v_0 = 1,07^n \times 18\,000$$

- En 2029, $n = 9$, et $v_9 = 1,07^9 \times 18\,000 \simeq 33\,092,27$.
En 2029, le salaire net annuel de Paul est environ égal à 33 092,27 €.

PARTIE C. COMPARAISON

- $S = u_0 + \dots + u_9 = \frac{u_0 + u_9}{2} \times 10 = \frac{21\,000 + 30\,000}{2} \times 10 = 255\,000$.
- $T = v_0 + \dots + v_9 = v_0 \times \frac{1 - 1,07^{10}}{1 - 1,07} = 18\,000 \times \frac{1 - 1,07^{10}}{1 - 1,07} \simeq 248\,696,33$.
- Le salaire net de Paul sur 10 ans est égal à la somme S selon le premier contrat et est égal à la somme T selon le deuxième contrat.
Paul doit souscrire au premier contrat pour que son salaire net sur 10 ans soit maximal.