

FONCTION LOGARITHME DÉCIMAL

~ 5 points **EXERCICE 1**

1. Tableau :

x	0,002 3	123,45	0,24	3 500
$\log(x)$	-2,638	2,091	-0,620	3,544
$E(\log(x))$	-3	2	-1	3
$a \times 10^p$	$2,3 \times 10^{-3}$	$1,234 5 \times 10^2$	$2,4 \times 10^{-1}$	$3,5 \times 10^3$

2. On constate que l'exposant p est égal à la partie entière de $\log(x)$.

~ 7 points **EXERCICE 2**

1. A l'ouverture de la bourse à 9h00, on a : $x = 0$ et $f(0) = 50 \times 0,95^0 = 1$.

Le cours de l'action est égal à 50 euros.

2. A la fermeture de la bourse à 17h00, on a : $x = 8$ et $f(8) = 50 \times 0,95^8 \approx 33,17$.

Le cours de l'action est égal à 33,17 euros.

3. On a : $f(x) = 40 \Leftrightarrow 50 \times 0,95^x = 40 \Leftrightarrow 0,95^x = \frac{40}{50} \Leftrightarrow 0,95^x = 0,8 \Leftrightarrow x = \frac{\log(0,8)}{\log(0,95)}$.

Or : $\frac{\log(0,8)}{\log(0,95)} \approx 4,35$ et $\frac{35}{100} \approx \frac{21}{60}$.

Le cours de l'action est égal à 40 euros à environ 13h21.

~ 8 points **EXERCICE 3**

1. Le 1^{er} janvier 2020, on a : $x = 10$.

On a : $f_1(10) = 1\,000 \times 1,02^{10} \approx 1\,218,99$ et $f_2(10) = 500 \times 1,04^{10} \approx 740,12$.

Les capitaux acquis sont respectivement égaux à 1 218,99 euros et à 740,12 euros.

2. Par équivalences successives, on a :

$$\begin{aligned}
 f_1(x) < f_2(x) &\Leftrightarrow 1\,000 \times 1,02^x < 500 \times 1,04^x \\
 &\Leftrightarrow \log(1\,000 \times 1,02^x) < \log(500 \times 1,04^x) \\
 &\Leftrightarrow \log(1\,000) + \log(1,02^x) < \log(500) + \log(1,04^x) \\
 &\Leftrightarrow \log(1\,000) + x \log(1,02) < \log(500) + x \log(1,04) \\
 &\Leftrightarrow x > \frac{\log(1\,000) - \log(500)}{\log(1,04) - \log(1,02)}
 \end{aligned}$$

3. On a : $\frac{\log(1\,000) - \log(500)}{\log(1,04) - \log(1,02)} \approx 35,696$ et $\frac{696}{1\,000} = \frac{8,352}{12}$ et $\frac{352}{1\,000} = \frac{10,56}{30}$.

Le deuxième placement deviendra plus intéressant au bout de 35 ans, 8 mois pleins et 10 jours après le 1^{er} jour du mois, c'est à dire le 11 septembre 2045.