FONCTION LOGARITHME DÉCIMAL

~ 5 points **EXERCICE 1**

1. Tableau :

x	0,002 3	123,45	0,24	3 500
$\log(x)$	−2,638	2,091	−0,620	3,544
$E(\log(x))$	−3	2	−1	3
$a \times 10^p$	$2{,}3 \times 10^{-3}$	$1{,}234\,5 \times 10^2$	$2{,}4 \times 10^{-1}$	$3{,}5 \times 10^3$

2. On constate que l'exposant p est égal à la partie entière de $\log(x)$.

~ 7 points **EXERCICE 2**

1. A l'ouverture de la bourse à 9h00, on a : $x = 0$ et $f(0) = 50 \times 0{,}95^0 = 1$.
   Le cours de l'action est égal à 50 euros.
2. A la fermeture de la bourse à 17h00, on a : $x = 8$ et $f(8) = 50 \times 0{,}95^8 \simeq 33{,}17$.
   Le cours de l'action est égal à 33,17 euros.
3. On a : $f(x) = 40 \Leftrightarrow 50 \times 0{,}95^x = 40 \Leftrightarrow 0{,}95^x = \dfrac{40}{50} \Leftrightarrow 0{,}95^x = 0{,}8 \Leftrightarrow x = \dfrac{\log(0{,}8)}{\log(0{,}95)}$.
   Or : $\dfrac{\log(0{,}8)}{\log(0{,}95)} \simeq 4{,}35$ et $\dfrac{35}{100} \simeq \dfrac{21}{60}$.
   Le cours de l'action est égal à 40 euros à environ 13h21.

~ 8 points **EXERCICE 3**

1. Le 1er janvier 2020, on a : $x = 10$.
   On a : $f_1(10) = 1\,000 \times 1{,}02^{10} \simeq 1\,218{,}99$ et $f_2(10) = 500 \times 1{,}04^{10} \simeq 740{,}12$.
   Les capitaux acquis sont respectivement égaux à 1 218,99 euros et à 740,12 euros.
2. Par équivalences successives, on a :
$$\begin{aligned}
f_1(x) < f_2(x) &\Leftrightarrow 1\,000 \times 1{,}02^x < 500 \times 1{,}04^x \\
&\Leftrightarrow \log(1\,000 \times 1{,}02^x) < \log(500 \times 1{,}04^x) \\
&\Leftrightarrow \log(1\,000) + \log(1{,}02^x) < \log(500) + \log(1{,}04^x) \\
&\Leftrightarrow \log(1\,000) + x\,\log(1{,}02) < \log(500) + x\,\log(1{,}04) \\
&\Leftrightarrow x > \frac{\log(1\,000) - \log(500)}{\log(1{,}04) - \log(1{,}02)}
\end{aligned}$$
3. On a : $\dfrac{\log(1\,000) - \log(500)}{\log(1{,}04) - \log(1{,}02)} \simeq 35{,}696$ et $\dfrac{696}{1\,000} = \dfrac{8{,}352}{12}$ et $\dfrac{352}{1\,000} = \dfrac{10{,}56}{30}$.
   Le deuxième placement deviendra plus intéressant au bout de 35 ans, 8 mois pleins et 10 jours après le 1er jour du mois, c'est à dire le 11 septembre 2045.