SUITES NUMÉRIQUES

EXERCICE

Deux coureurs cyclistes, Ugo et Vivien, ont programmé un entraînement hebdomadaire afin de se préparer à une course qui aura lieu dans quelques mois.

Leur objectif est de parcourir chacun une distance totale de 1 500 km pendant leur période d'entraînement de 20 semaines.

Ugo commence son entraînement en parcourant 40 km la première semaine et prévoit d'augmenter cette distance de 5 km par semaine.

Vivien commence son entraînement en parcourant 30 km la première semaine et prévoit d'augmenter cette distance de 10 % par semaine.

On note u_n la distance, en kilomètres, parcourue par Ugo la $n^{\text{ième}}$ semaine.

On a ainsi $u_1 = 40$.

On note v_n la distance, en kilomètres, parcourue par Vivien la $n^{\text{ième}}$ semaine.

On a ainsi $v_1 = 30$.

PARTIE A. L'ENTRAÎNEMENT D'UGO

1. Calculer les distances parcourues par Ugo au cours des deuxième et troisième semaines d'entraînement.
2. Quelle est la nature de la suite (u_n) ? Préciser sa raison.
3. Montrer que, pour tout entier $n \geqslant 1$:

$$u_n = 35 + 5n$$

PARTIE B. L'ENTRAÎNEMENT DE VIVIEN

1. Quelle est la nature de la suite (v_n) ? Justifier la réponse.
2. Montrer que, pour tout entier $n \geqslant 1$:

$$v_n = 30 \times 1{,}1^{n-1}$$

3. Calculer v_8. On arrondira le résultat au dixième.

PARTIE C. COMPARAISON DES DEUX ENTRAÎNEMENTS

1. Vivien est persuadé qu'il y aura une semaine où il parcourra une distance supérieure à celle parcourue par Ugo. Vivien a-t-il raison ?

   On pourra utiliser les **PARTIES A** et **B** pour justifier la réponse et procéder par balayage à l'aide de la calculatrice.
2. À la fin de la 17e semaine, les deux cyclistes se blessent. Ils décident alors de réduire leur entraînement. Ils ne feront plus que 80 km chacun par semaine à partir de la 18e semaine.

   Leur objectif sera-t-il atteint ?