∽ e3C nº 51 Terminale technologique ∾

PARTIE I

Automatismes (5 points) **Sans calculatrice** **Durée : 20 minutes**

Exercice 1 **5 points**

	Énoncé	**Réponse**
1.	Résoudre dans $\mathbb{R}$, l'équation suivante : $x^2 = 3$.	
2.	Développer puis réduire : $-3(2x+5)^2$.	$-3(2x+5)^2 =$
3.	Factoriser $x(x-2) + x^2$.	$x(x-2) + x^2$
4.	On donne la formule : $T = \dfrac{V_f - V_i}{V_i}$. Exprimer V_f en fonction de T et V_i.	$V_f =$
5.	Un élève a eu 2 contrôles. Sa première note est 15 et sa moyenne est 13,5. Quelle est sa seconde note ?	
6.	Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = 3x^2 + 4$. Calculer $f(-2)$.	$f(-2) =$
7.	Calculer la dérivée f' de la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par : $$f(x) = 2x^3 - 4x^2 + 5x - 2.$$	$f'(x) =$
8.	Déterminer l'équation réduite de la droite passant par les points A(4 ; 1) et B(−2 ; −17).	
9.	Un prix passe de 160 euros à 200 euros. Calculer le taux d'évolution de ce prix en pourcentage.	
10.	L'audience d'une émission baisse de 20 %. Déterminer le pourcentage d'augmentation à appliquer pour ramener cette audience à sa valeur initiale.	

Partie II

La calculatrice est autorisée.
Cette partie est composée de trois exercices indépendants.

Exercice 2 **5 points**

Un industriel étudie l'évolution de la production de jouets par une machine de son entreprise. Durant l'année 2010, année de son achat, cette machine a pu produire 120 000 jouets. À cause de l'usure, la production de cette machine diminue chaque année de 2 %.

On modélise la production annuelle de jouets de cette machine par une suite (u_n) de la façon suivante : pour tout entier naturel n, on note u_n le nombre de jouets produits par cette machine au cours de l'année $(2010 + n)$. Ainsi $u_0 = 120000$.

1. Calculer u_1 le nombre de jouets produits par cette machine en 2011.
2. Prouver que la suite (u_n) est une suite géométrique. Préciser sa raison.
   On admet que $u_n = 120000 \times 0,98^n$, pour tout entier naturel n.
3. Calculer la production totale de jouets durant les 10 premières années de production de la machine. (Arrondir à l'unité).

Dans l'**annexe à rendre avec la copie**, on a commencé l'écriture, en langage Python, d'une fonction permettant de déterminer, pour une valeur de A donnée, le rang n à partir duquel $u_n < A$.

4. Compléter la fonction Python dans l'**annexe à rendre avec la copie**.
5. Pour des raisons de rentabilité, la machine doit produire plus de 90 000 jouets par an.
   Déterminer en quelle année le changement de machine sera nécessaire.

Exercice 3 **5 points**

Une maladie touche 2 % de la population mondiale. Un laboratoire pharmaceutique conçoit un test pour diagnostiquer cette maladie. Différentes études sur la fiabilité du test, donne les résultats suivants :

— Pratiqué sur une personne malade, le test est positif dans 95 % des cas ;

— Pratiqué sur une personne non malade, le test est positif dans 4 % des cas.

On choisit une personne au hasard dans la population.
On note

— M l'évènement : « la personne est malade »

— T l'évènement : « le test est positif ».

Si nécessaire, les résultats des calculs seront arrondis à 10^{-3}.

1. À l'aide des informations de l'énoncé, donner les probabilités : $P(M)$ et $P_M(T)$.
2. Montrer que $P(T) = 0,058$.

3. Les évènements M et T sont-ils indépendants ? Justifier votre réponse. Un service hospitalier de dépistage effectue 130 tests par jour. On admet que la probabilité qu'un test soit positif est égal à $0,06$.

   Soit X la variable aléatoire égale au nombre de tests positifs par jour. On admet que X suit une loi binomiale.
4. Donner les paramètres de cette loi.
5. Calculer l'espérance de X et interpréter ce résultat dans le contexte de l'exercice.

Exercice 4 **5 points**

Une entreprise produit chaque jour un volume de graviers compris entre 3 et 30m^3.
On note x le volume de gravier fabriqué, exprimé en m^3.
Le coût moyen de production de ce gravier est modélisé par une fonction f définie sur l'intervalle $[3 ; 30]$ par : moyen minimal ?

$$f(x) = x - 2 + \frac{225}{x}.$$

1. Calculer $[f10)$.
2. Montrer que l'expression de la fonction f' dérivée de la fonction f est :

$$f'(x) = \frac{x^2 - 225}{x^2}.$$

3. Sachant que $x^2 - 225 = (x - 15)(x + 15)$, établir le signe de $f'(x)$ sur $[3 ; 30]$.
4. En déduire les variations de la fonction f sur l'intervalle $[3 ; 30]$.

   Compléter le tableau de variation donné dans l'annexe à rendre avec la copie.
5. Pour quel volume de gravier le coût moyen de production est-il minimal ? Quel est ce coût moyen minimal ?

Annexe à rendre avec la copie

Exercice 1 : Question 4.

```
def production(A) :
    n=0
    u = 120 000
    while u >= ...... :
        n =n+1
        u=...... :
    return (.....)
```

Exercice 3 : Question 4.

x	3	30
Signe de $f'(x)$		
Variations de f		