MATHÉMATIQUES

1. Vocabulaire ensembliste et logique

Les élèves doivent connaître les notions d'élément d'un ensemble, de sous-ensemble, d'appartenance et d'inclusion, de réunion, d'intersection et de complémentaire et savoir utiliser les symboles de base correspondants : $\in$, $\subset$, $\cap$, $\cup$ ainsi que la notation des ensembles de nombres et des intervalles.

Pour le complémentaire d'un sous-ensemble A de E, on utilise la notation $\overline{\mathrm{A}}$ des probabilités, ou la notation $\mathrm{E} \setminus \mathrm{A}$ si on souhaite préciser l'ensemble contenant.

Pour ce qui concerne le raisonnement logique, les élèves s'exercent :

- A utiliser correctement les connecteurs logiques « et », « ou ».
- A identifier le statut d'une égalité (identité, équation) et celui de la ou des lettres utilisées (variable, indéterminée, inconnue, paramètre).
- A utiliser un contre-exemple pour infirmer une proposition universelle.
- A distinguer une proposition de sa réciproque.
- A utiliser à bon escient les expressions « condition nécessaire », « condition suffisante », « équivalence logique ».

2. Algorithmique et programmation

Capacités attendues

Variables :

- Utiliser un générateur de nombres aléatoires entre 0 et 1 pour simuler une loi de Bernoulli de paramètre p.
- Utiliser la notion de compteur.
- Utiliser le principe d'accumulateur pour calculer une somme, un produit.

Fonctions :

- Identifier les entrées et les sorties d'une fonction.
- Structurer un programme en ayant recours aux fonctions.

Listes :

- Générer une liste (en extension, par ajouts successifs, en compréhension).
- Manipuler des éléments d'une liste (ajouter, supprimer...) et leurs indices.
- Itérer sur les éléments d'une liste.

Sélection de données :

- Traiter un fichier contenant des données réelles pour en extraire de l'information et l'analyser.
- Réaliser un tableau croisé de données sur deux critères à partir de données brutes.

3. **Suites numériques**

Contenus

Suites arithmétiques :

- Moyenne arithmétique de deux nombres.
- Expression en fonction de n du terme de rang n.
- Somme des n premiers termes d'une suite arithmétique ; notation Σ.

Suites géométriques à termes positifs :

- Moyenne géométrique de deux nombres positifs.
- Expression en fonction de n du terme de rang n.
- Somme des n premiers termes d'une suite géométrique ; notation Σ.

Capacités attendues

- Prouver que trois nombres sont (ou ne sont pas) les termes consécutifs d'une suite arithmétique ou géométrique.
- Déterminer la raison d'une suite arithmétique ou géométrique modélisant une évolution.
- Exprimer en fonction de n le terme général d'une suite arithmétique ou géométrique.
- Calculer la somme des n premiers termes d'une suite arithmétique ou géométrique.
- Reconnaître une situation relevant du calcul d'une somme de termes consécutifs d'une suite arithmétique ou géométrique.

Situations algorithmiques :

- Écrire en langage Python une fonction qui calcule la somme des n premiers carrés, des n premiers cubes ou des n premiers inverses ; établir le lien entre l'écriture de la somme à l'aide du symbole Σ, et les composantes de l'algorithme (initialisation, sortie de boucle, accumulateur, compteur).

4. **Fonctions exponentielles**

Contenus

Les fonctions $x \mapsto a^x$ $(a > 0)$ comme modèle continu d'évolution relative constante :

- Définition de la fonction $x \mapsto a^x$ pour x positif comme prolongement à des valeurs non entières positives de la suite géométrique $(a^n)_{n\in\mathbb{N}}$; extension à $\mathbb{R}^-$ en posant $a^{-x} = \frac{1}{a^x}$.
- Sens de variation selon les valeurs de a.
- Allure de la courbe représentative selon les valeurs de a.
- Propriétés algébriques : $a^{x+y} = a^x\ a^y$; $a^{x-y} = \frac{a^x}{a^y}$; $a^{nx} = (a^x)^n$ pour n entier relatif.
- Cas particulier de l'exposant $\frac{1}{n}$ pour calculer un taux d'évolution moyen équivalent à n évolutions successives.

Capacités attendues

- Connaître et utiliser le sens de variation des fonctions de la forme $x \mapsto ka^x$ selon le signe de k et les valeurs de a.
- Connaître les propriétés algébriques des fonctions exponentielles et les utiliser pour transformer des écritures numériques ou littérales.
- Calculer le taux d'évolution moyen équivalent à des évolutions successives.

Situations algorithmiques :

- Intercaler entre deux points déjà construits un troisième point ayant pour abscisse (respectivement pour ordonnée) la moyenne arithmétique (respectivement géométrique) des abscisses (respectivement des ordonnées) des deux points initiaux.

5. Fonction logarithme décimal

Contenus

- Définition du logarithme décimal de b pour $b > 0$ comme l'unique solution de l'équation $10^x = b$; notation log.
- Sens de variation.
- Propriétés algébriques : $\log(ab) = \log(a) + \log(b)$, $\log(a^n) = n\log(a)$ et $\log\left(\frac{a}{b}\right) = \log(a) - \log(b)$, pour n entier naturel, a et b réels strictement positifs.

Capacités attendues

- Utiliser le logarithme décimal pour résoudre une équation du type $a^x = b$ ou $x^a = b$ d'inconnue x réelle, une inéquation du type $a^x < b$ ou $x^a < b$ d'inconnue x réelle ou du type $a^n < b$ d'inconnue n entier naturel.
- Utiliser les propriétés algébriques de la fonction logarithme décimal pour transformer des expressions numériques ou littérales.

6. Fonction inverse

Contenus

- Comportement de la fonction inverse aux bornes de son ensemble de définition.
- Dérivée et sens de variation.
- Courbe représentative ; asymptotes.

Capacités attendues

- Étudier et représenter des fonctions obtenues par combinaisons linéaires de la fonction inverse et de fonctions polynomiales de degré au maximum 3.

7. Séries statistiques à deux variables quantitatives

Contenus

- Nuage de points associé à une série statistique à deux variables quantitatives.
- Ajustement affine.

Capacités attendues

- Représenter un nuage de points.
- Déterminer et utiliser un ajustement affine pour interpoler ou extrapoler des valeurs inconnues.
- Représenter un nuage de points en effectuant un changement de variable donné (par exemple u^2, $\frac{1}{t}$, $\frac{1}{\sqrt{n}}$, $\log(y)$...) afin de conjecturer une relation de linéarité entre de nouvelles variables.

Situations algorithmiques :

- Automatiser le calcul de $\sum_i (y_i - (ax_i + b))^2$.
- Rechercher un couple $(a\,;\,b))$ minimisant cette expression parmi un ensemble fini de couples proposés par les élèves ou générés par balayage, tirage aléatoire...

8. **Probabilités conditionnelles**

Contenus

- Conditionnement par un événement de probabilité non nulle.
- Indépendance de deux événements de probabilités non nulles.
- Formule des probabilités totales pour une partition de l'univers.

Capacités attendues

- Construire un arbre de probabilités associé à une situation aléatoire donnée.
- Interpréter les pondérations de chaque branche d'un arbre en termes de probabilités, et notamment de probabilités conditionnelles.
- Faire le lien entre la définition des probabilités conditionnelles et la multiplication des probabilités des branches du chemin correspondant.
- Utiliser un arbre de probabilités pour calculer des probabilités.
- Calculer la probabilité d'un événement connaissant ses probabilités conditionnelles relatives à une partition de l'univers.

9. **Variables aléatoires discrètes finies**

Contenus

- Espérance d'une variable aléatoire discrète.
- Loi binomiale $B(n,\ p)$; espérance.
- Coefficients binomiaux $\binom{n}{p}$; triangle de Pascal.

Capacités attendues

- Calculer l'espérance d'une variable aléatoire discrète dans des cas simples et l'interpréter.
- Calculer des coefficients binomiaux $\binom{n}{p}$ à l'aide du triangle de Pascal pour $n \leqslant 10$.
- Reconnaître une situation relevant de la loi binomiale et en identifier le couple de paramètres.
- Lorsque la variable aléatoire X suit une loi binomiale :
  - Interpréter l'événement $\{X = k\}$ sur un arbre de probabilité.
  - Calculer les probabilités des événements $\{X = 0\}$, $\{X = 1\}$, $\{X = n\}$, $\{X = n - 1\}$ et de ceux qui s'en déduisent par réunion.
  - Calculer la probabilité de l'événement $\{X = k\}$ à l'aide des coefficients binomiaux.

Situations algorithmiques :

- Générer un triangle de Pascal de taille n donnée.
- Représenter par un diagramme en bâtons la loi de probabilité d'une loi binomiale $B(n,\ p)$. Faire le lien avec l'histogramme des fréquences observées des 1 lors de la simulation de N échantillons de taille n d'une loi de Bernoulli de paramètre p faite en classe de première.
- Calculer l'espérance $\sum x_i p_i$ d'une variable aléatoire suivant une loi de probabilité donnée ; cas particulier d'une variable aléatoire suivant la loi binomiale $B(n,\ p)$.
- Représenter graphiquement l'espérance de lois binomiales $B(n,\ p)$ à p fixé et n variable, à n fixé et p variable puis faire le lien avec l'expression admise de l'espérance.

10. Thèmes d'étude

- Optimisation linéaire et régionnement du plan.
- Méthode de Monte-Carlo.
- Simulation de marches aléatoires.
- Initiation aux graphes ; ordonnancement.