MATHÉMATIQUES

1. Vocabulaire ensembliste et logique

Les élèves doivent connaître les notions d'élément d'un ensemble, de sous-ensemble, d'appartenance et d'inclusion, de réunion, d'intersection et de complémentaire et savoir utiliser les symboles de base correspondants : $\in$, $\subset$, $\cap$, $\cup$ ainsi que la notation des ensembles de nombres et des intervalles.

Pour le complémentaire d'un sous-ensemble A de E, on utilise la notation $\overline{\text{A}}$ des probabilités, ou la notation E \ A si on souhaite préciser l'ensemble contenant.

Pour ce qui concerne le raisonnement logique, les élèves s'exercent :

- A utiliser correctement les connecteurs logiques « et », « ou ».
- A identifier le statut d'une égalité (identité, équation) et celui de la ou des lettres utilisées (variable, indéterminée, inconnue, paramètre).
- A utiliser un contre-exemple pour infirmer une proposition universelle.
- A distinguer une proposition de sa réciproque.
- A utiliser à bon escient les expressions « condition nécessaire », « condition suffisante », « équivalence logique ».

2. Algorithmique et programmation

Capacités attendues

Variables :

- Utiliser un générateur de nombres aléatoires entre 0 et 1 pour simuler une loi de Bernoulli de paramètre p.
- Utiliser la notion de compteur.
- Utiliser le principe d'accumulateur pour calculer une somme, un produit.

Fonctions :

- Identifier les entrées et les sorties d'une fonction.
- Structurer un programme en ayant recours aux fonctions.

Listes :

- Générer une liste (en extension, par ajouts successifs, en compréhension).
- Manipuler des éléments d'une liste (ajouter, supprimer...) et leurs indices.
- Itérer sur les éléments d'une liste.

Sélection de données :

- Traiter un fichier contenant des données réelles pour en extraire de l'information et l'analyser.
- Réaliser un tableau croisé de données sur deux critères à partir de données brutes.

3. **Suites numériques**

   Contenus

   Les suites comme modèles mathématiques d'évolutions discrètes :

   - Différents modes de génération d'une suite numérique.
   - Sens de variation.
   - Représentation graphique : nuage de points $(n\ ;\ u(n))$.

   Les suites arithmétiques comme modèles discrets d'évolutions absolues constantes (croissance linéaire) et les suites géométriques (à termes strictement positifs) comme modèles discrets d'évolutions relatives constantes (croissance exponentielle) :

   - Relation de récurrence.
   - Sens de variation.
   - Représentation graphique.

   Capacités attendues

   - Modéliser une situation à l'aide d'une suite.
   - Reconnaître si une situation relève d'un modèle discret de croissance linéaire ou exponentielle.
   - Calculer un terme de rang donné d'une suite définie par une relation fonctionnelle ou une relation de récurrence.
   - Réaliser et exploiter la représentation graphique des termes d'une suite.
   - Conjecturer, à partir de sa représentation graphique, la nature arithmétique ou géométrique d'une suite.
   - Démontrer qu'une suite est arithmétique ou géométrique.
   - Déterminer le sens de variation d'une suite arithmétique ou géométrique à l'aide de la raison.

   Situations algorithmiques :

   - Calculer un terme de rang donné d'une suite, une somme finie de termes.
   - Déterminer une liste de termes d'une suite et les représenter.
   - Déterminer le rang à partir duquel les termes d'une suite sont supérieurs ou inférieurs à un seuil donné, ou aux termes de même rang d'une autre suite.

4. **Fonctions de la variable réelle**

   Contenus

   Les fonctions comme modèles mathématiques d'évolutions continues :

   - Différents modes de représentation d'une fonction : expression littérale, représentation graphique.
   - Notations $y = f(x)$ et $x \mapsto f(x)$.
   - Taux de variation, entre deux valeurs de la variable x, d'une grandeur y vérifiant $y = f(x)$.
   - Fonctions monotones sur un intervalle, lien avec le signe du taux de variation.

   Fonctions polynômes de degré 2 *:*

   - Représentations graphiques des fonctions : $x \mapsto ax^2$, $x \mapsto ax^2 + b$, $x \mapsto a(x - x_1)(x - x_2)$.
   - Axes de symétrie.
   - Racines et signe d'un polynôme de degré 2 donné sous forme factorisée (le calcul des racines à l'aide du discriminant ne figure pas au programme).

Fonctions polynômes de degré 3 :

- Représentations graphiques des fonctions : $x \mapsto ax^3$, $x \mapsto ax^3 + b$.
- Racines et signe d'un polynôme de degré 3 de la forme $x \mapsto a(x - x_1)(x - x_2)(x - x_3)$.
- Équation $x^3 = c$; racine cubique d'un nombre réel positif ; notations $c^{1/3}$ et $\sqrt[3]{c}$.

Capacités attendues

- Modéliser la dépendance entre deux grandeurs à l'aide d'une fonction.
- Résoudre graphiquement une équation du type $f(x) = k$ ou une inéquation de la forme $f(x) < k$ ou $f(x) > k$.
- Interpréter le taux de variation comme pente de la sécante à la courbe passant par deux points distincts.
- Associer une parabole à une expression algébrique de degré 2, pour les fonctions de la forme : $x \mapsto ax^2$, $x \mapsto ax^2 + b$, $x \mapsto a(x - x_1)(x - x_2)$.
- Déterminer des éléments caractéristiques de la fonction $x \mapsto a(x - x_1)(x - x_2)$ (signe, extremum, allure de la courbe, axe de symétrie...).
- Vérifier qu'une valeur conjecturée est racine d'un polynôme de degré 2 ou 3.
- Savoir factoriser, dans des cas simples, une expression du second degré connaissant au moins une de ses racines.
- Utiliser la forme factorisée (en produit de facteurs du premier degré) d'un polynôme de degré 2 ou 3 pour trouver ses racines et étudier son signe.
- Résoudre des équations de la forme $x^2 = c$ et $x^3 = c$, avec c positif.

Situations algorithmiques :

- Calculer une valeur approchée d'une solution d'une équation par balayage.

5. **Dérivation**

Contenus

Point de vue local : approche graphique de la notion de nombre dérivé :

- Sécantes à une courbe passant par un point donné ; taux de variation en un point.
- Tangente à une courbe en un point, définie comme position limite des sécantes passant par ce point.
- Nombre dérivé en un point défini comme limite du taux de variation en ce point.
- Équation réduite de la tangente en un point.

Point de vue global :

- Fonction dérivée.
- Fonctions dérivées de : $x \mapsto x^2$, $x \mapsto x^3$.
- Dérivée d'une somme, dérivée de kf ($k \in \mathbb{R}$), dérivée d'un polynôme de degré inférieur ou égal à 3.
- Sens de variation d'une fonction, lien avec le signe de la dérivée.
- Tableau de variations, extremums.

Capacités attendues

- Interpréter géométriquement le nombre dérivé comme coefficient directeur de la tangente.
- Construire la tangente à une courbe en un point.
- Déterminer l'équation réduite de la tangente à une courbe en un point.

- Calculer la dérivée d'une fonction polynôme de degré inférieur ou égal à 3.
- Déterminer le sens de variation et les extremums d'une fonction polynôme de degré inférieur ou égal à 3.

6. **Croisement de deux variables catégorielles**

   Contenus

   - Tableau croisé d'effectifs.
   - Fréquence conditionnelle, fréquence marginale.

   Capacités attendues

   - Calculer des fréquences conditionnelles et des fréquences marginales.
   - Compléter un tableau croisé par des raisonnements sur les effectifs ou en utilisant des fréquences conditionnelles.

   Situations algorithmiques :

   - A partir de deux listes représentant deux caractères d'individus, déterminer un sous ensemble d'individus répondant à un critère (filtre, utilisation des ET, OU, NON).
   - Dresser le tableau croisé de deux variables catégorielles à partir du fichier des individus et calculer des fréquences conditionnelles ou marginales.

7. **Probabilités conditionnelles**

   Contenus

   - Probabilité conditionnelle ; notation $P_{\mathrm{A}}(\mathrm{B})$.

   Capacités attendues

   - Calculer des probabilités conditionnelles lorsque les événements sont présentés sous forme de tableau croisé d'effectifs.

8. **Modèle associé à une expérience aléatoire à plusieurs épreuves indépendantes**

   Contenus

   - Probabilité associée à une expérience aléatoire à deux épreuves indépendantes.
   - Probabilité associée à la répétition d'épreuves aléatoires identiques et indépendantes de Bernoulli.

   Capacités attendues

   - Représenter par un arbre de probabilités une expérience aléatoire à deux épreuves indépendantes et déterminer les probabilités des événements associés aux différents chemins.
   - Représenter par un arbre de probabilités la répétition de n épreuves aléatoires identiques et indépendantes de Bernoulli avec $n \leqslant 4$ afin de calculer des probabilités.

9. **Variables aléatoires**

   Contenus

   - Variable aléatoire discrète : loi de probabilité, espérance.
   - Loi de Bernoulli $(0, 1)$ de paramètre p, espérance.

   Capacités attendues

- Interpréter en situation les écritures $\{X = a\}$, $\{X \leqslant a\}$ où X désigne une variable aléatoire et calculer les probabilités correspondantes $P(X = a)$, $P(X \leqslant a)$.
- Calculer et interpréter en contexte l'espérance d'une variable aléatoire discrète.
- Reconnaître une situation aléatoire modélisée par une loi de Bernoulli.
- Simuler N échantillons de taille n d'une loi de Bernoulli et représenter les fréquences observées des 1 par un histogramme ou un nuage de points.
- Interpréter sur des exemples la distance à p de la fréquence observée des 1 dans un échantillon de taille n d'une loi de Bernoulli de paramètre p.

Situations algorithmiques :

- Simuler des échantillons de taille n d'une loi de Bernoulli à partir d'un générateur de nombres aléatoires entre 0 et 1.
- Représenter par un histogramme ou par un nuage de points les fréquences observées des 1 dans N échantillons de taille n d'une loi de Bernoulli.
- Compter le nombre de valeurs situées dans un intervalle de la forme $\left[p - ks\,;\ p + ks\right]$ pour $k \in \{1\,;\,2\,;\,3\}$.