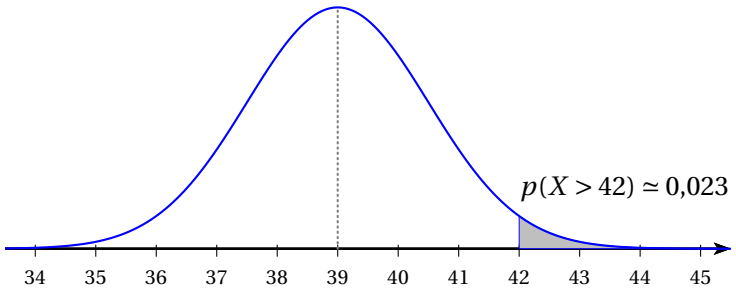
LOI NORMALE

EXERCICE 1

Une étude statistique a montré que la pointure de chaussures pour les femmes en France peut être modélisée par une variable aléatoire X qui suit une loi normale.

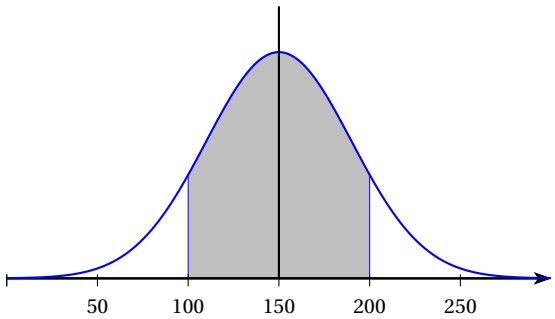
La courbe de densité de cette loi normale est représentée ci-dessous :



1. Déterminer à l'aide du graphique la pointure moyenne, notée μ, des femmes françaises.
2. Déterminer à l'aide du graphique la probabilité que la pointure d'une femme française soit comprise entre 36 et 42.

EXERCICE 2

Le temps passé, en minutes, par un client dans un restaurant gastronomique peut être modélisé par une variable aléatoire X suivant une loi normale dont la courbe de densité est donnée ci-dessous.



1. Déterminer, en justifiant, l'espérance m de cette variable aléatoire.
2. On admet que la probabilité de l'évènement $100 \leqslant X \leqslant 200$ représentée par l'aire grisée sur le graphique est égale à 0,788 7.

   Déterminer $p(X \leqslant 100)$ et interpréter ce résultat dans le contexte de l'exercice.
3. On admet que la variable aléatoire X suit la loi normale d'espérance 150 et d'écart type 40.

   Quelle est la probabilité qu'un client reste plus de 3 heures à table?

EXERCICE 3

On arrondira les résultats au centième.

1. Le nombre de salariés déjeunant au restaurant d'une entreprise est modélisé par une variable aléatoire X qui suit la loi normale d'espérance $\mu = 410$ et d'écart-type $\sigma = 10$.
   a. Calculer $p(390 \leqslant X \leqslant 430)$.
   b. On ne peut pas préparer plus de 430 repas.
   Déterminer la probabilité qu'il n'y ait pas suffisamment de repas.
2. Le nombre de salariés prenant un dessert peut être modélisé par une variable aléatoire Y qui suit la loi normale d'espérance $\mu = 260$ et d'écart-type $\sigma = 4$.
   a. Donner la probabilité qu'il y ait entre 252 et 268 salariés qui commandent un dessert.
   b. Calculer $P(X > 264)$. Interpréter la réponse dans le contexte de l'exercice.

EXERCICE 4

Dans un salon de thé, une machine se charge de remplir automatiquement des gaufriers. La masse de chaque gaufre, exprimée en grammes, est modélisée par une variable aléatoire X qui suit la loi normale d'espérance $\mu = 80$ et d'écart-type $\sigma = 7$.

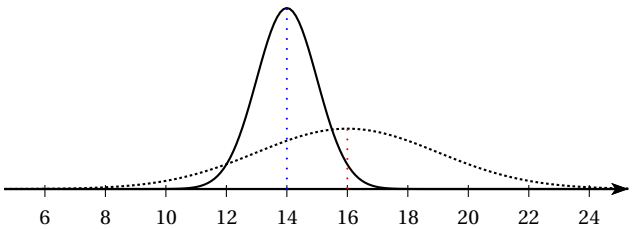
1. Déterminer la probabilité que la masse d'une gaufre soit comprise entre 70 g et 90 g.
2. La gérante ne souhaite commercialiser une gaufre que si sa masse est supérieure à 75 g.
   Déterminer la probabilité qu'une gaufre soit commercialisable.

EXERCICE 5

Lorsque Romane se déplace en vélo, on modélise son temps de trajet, exprimé en minutes, entre son domicile et son lieu de travail par une variable aléatoire T_V suivant une loi normale d'espérance μ_V et d'écart-type 1 minute.

Lorsqu'elle effectue ce trajet en transports en commun, on modélise son temps de trajet, exprimé en minutes, par une variable aléatoire T_C suivant une loi normale d'espérance μ_C et d'écart-type 3 minutes.

1. On nomme $\mathscr{C}_V$ et $\mathscr{C}_C$ les courbes représentatives des fonctions de densité des variables aléatoires T_V et T_C représentées dans la figure ci-dessous.
   Déterminer, en justifiant votre réponse, μ_V et μ_C.



2. Calculer la probabilité que pour Romane un trajet domicile-travail en vélo dure entre 10 et 15 minutes. Arrondir la réponse à 10^{-4}.
3. Quel mode de déplacement Romane doit-elle privilégier si elle souhaite mettre moins de 15 minutes pour se rendre au travail ?

EXERCICE 6

Dans une coopérative, le diamètre X d'une orange suit la loi normale d'espérance 70 et d'écart-type 3.

1. Calculer le pourcentage d'oranges ayant un diamètre compris entre 64 mm et 76 mm.
2. Calculer le pourcentage d'oranges ayant un diamètre inférieur à 76 mm.
3. Calculer le neuvième décile du diamètre d'une orange.

EXERCICE 7

L'entreprise *Fructidoux* fabrique des compotes qu'elle conditionne en petits pots de 50 g. Elle souhaite leur attribuer la dénomination « compote allégée ».

La législation impose alors que la teneur en sucre, c'est-à-dire la proportion de sucre dans la compote, soit comprise entre 0,16 et 0,18 . On dit dans ce cas que le petit pot de compote est conforme.

L'entreprise possède deux chaînes de fabrication F_1 et F_2.

1. On note X la variable aléatoire qui, à un petit pot pris au hasard dans la production de la chaîne F_1, associe sa teneur en sucre.

   On suppose que X suit la loi normale d'espérance $\mu_1 = 0{,}17$ et d'écart-type $\sigma_1 = 0{,}006$.

   Donner une valeur approchée à 10^{-4} près de la probabilité qu'un petit pot prélevé au hasard dans la production de la chaîne F_1 soit conforme.

2. On note Y la variable aléatoire qui, à un petit pot pris au hasard dans la production de la chaîne F_2, associe sa teneur en sucre.

   On suppose que Y suit la loi normale d'espérance $\mu_2 = 0{,}17$ et d'écart-type σ_2.

   On suppose de plus que la probabilité qu'un petit pot prélevé au hasard dans la production de la chaîne F_2 soit conforme est égale à 0,99.

   Soit Z la variable aléatoire définie par $Z = \dfrac{Y - \mu_2}{\sigma_2}$.

   a. Quelle loi la variable aléatoire Z suit-elle?

   b. Déterminer, en fonction de σ_2 l'intervalle auquel appartient Z lorsque Y appartient à l'intervalle $[0{,}16\,;\,0{,}18]$.

   c. En déduire une valeur approchée à 10^{-3} près de σ_2. On pourra utiliser le tableau donné ci-dessous, dans lequel la variable aléatoire Z suit la loi normale d'espérance 0 et d'écart-type 1.

β	$P(-\beta \leqslant Z \leqslant \beta)$
2,432 4	0,985
2,457 3	0,986
2,483 8	0,987
2,512 1	0,988
2,542 7	0,989
2,575 8	0,990
2,612 1	0,991
2,652 1	0,992
2,696 8	0,993