GÉNÉRALITÉS SUR LES FONCTIONS

EXERCICE 1

Soit f une fonction donnée par le tableau de valeurs ci-dessous :

x	-2	0	3
$f(x)$	3	-1	3

D'après ce tableau, on a l'égalité : $f(-2) = 3$.

1. Traduire cette égalité par une phrase, en utilisant l'expression « a pour image ».
2. Traduire cette égalité par une phrase, en utilisant l'expression « a pour antécédent ».
3. Combien 3 admet-il d'antécédents par f ?

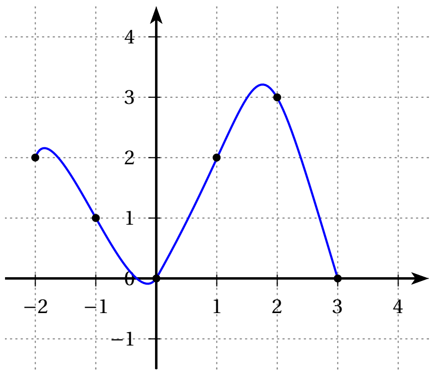
EXERCICE 2

Soit h la fonction définie sur l'intervalle $[0\,;\,3]$ par : $h(x) = x^2 + 2x + 1$.

1. Écrire les calculs permettant de vérifier que l'image de 3 par la fonction h est 16.
2. Construire un tableau donnant les images par h des entiers 0, 1, 2 et 3.

EXERCICE 3

Soit f la fonction définie par la courbe ci-dessous.

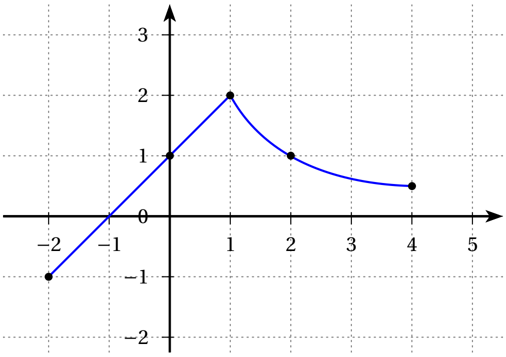


1. Expliquer pourquoi l'ensemble de définition de la fonction f est égal à l'intervalle $[-2\,;\,3]$.
2. Par lecture graphique, quelle est l'image de 1 par f ?
3. Par lecture graphique, que vaut $f(3)$?
4. Recopier et compléter le tableau de valeurs ci-dessous grâce à des lectures graphiques.

x	-2	-1	0	1	2	3
$f(x)$	...	...	...	...	...	...

EXERCICE 4

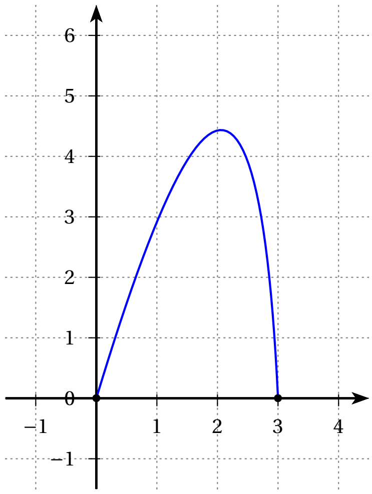
Une fonction f est définie par la courbe $\mathscr{C}$ ci-dessous.



1. Reproduire cette courbe.
2. **a.** Résoudre graphiquement l'équation $f(x) = 2$.
   b. Résoudre graphiquement l'équation $f(x) = 1$.
3. L'abscisse du point d'intersection de la courbe $\mathscr{C}$ et de l'axe des abscisses est la solution d'une équation de la forme $f(x) = k$.
   a. Préciser la valeur de k.
   b. Quelle est la solution de cette équation ?

EXERCICE 5

Une fonction f est définie sur l'intervalle $[0\ ;\ 3]$ par sa courbe représentative ci-dessous.



1. Reproduire cette courbe.
2. **a.** Résoudre graphiquement l'équation $f(x) = 0$.
   b. Quel est le nombre de solutions de l'équation $f(x) = 2$?
   Donner un encadrement de chacune des solutions par deux entiers consécutifs.
3. **a.** Placer les poins A $(0\ ;\ 4)$ et B $(3\ ;\ 2)$ puis tracer la droite (AB).
   Cette droite est la représentation graphique d'une fonction g définie sur $\mathbb{R}$.
   b. Déterminer graphiquement le nombre de solutions de l'équation $f(x) = g(x)$.

EXERCICE 6

On considère une fonction f et on note $\mathscr{C}$ sa courbe représentative.

Traduire par des égalités du type $y = f(x)$ les phrases suivantes :

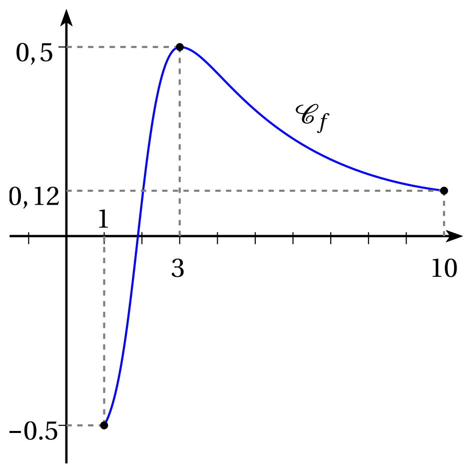
1. Le réel 1 a pour antécédent -3 par la fonction f.
2. Le réel -2 a pour image 4 par la fonction f.
3. La courbe $\mathscr{C}$ coupe l'axe des abscisses aux points d'abscisse -1 et 5.
4. La courbe $\mathscr{C}$ passe par le point de coordonnées $(3\ ;\ 4)$.
5. La courbe $\mathscr{C}$ coupe l'axe des ordonnées au point d'ordonnée 2.

EXERCICE 7

La courbe ci-contre représente une fonction f.

1. Quel est le sens variations de f :
   a. Sur l'intervalle $[1\ ;\ 3]$?
   b. Sur l'intervalle $[3\ ;\ 10]$?
2. Compléter le tableau de variations :

x	1		$\cdots$		10
$f(x)$	$-0{,}5$	↗	$\cdots$	↘	$\cdots$



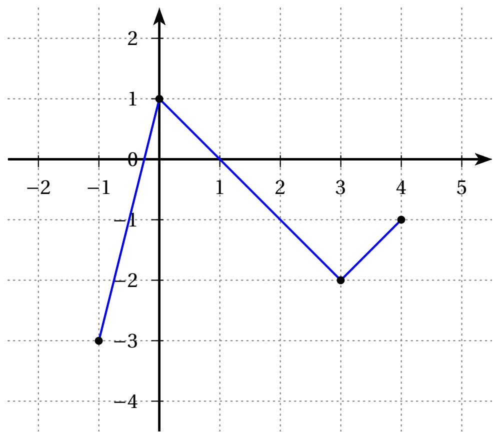
EXERCICE 8

Tracer dans un repère une courbe pouvant représenter une fonction f décroissante sur l'intervalle $[1\ ;\ 4]$ et telle que $f(1) = 3$ et $f(4) = 2$.

EXERCICE 9

Une fonction f est définie par la courbe $\mathscr{C}_f$ ci-contre.

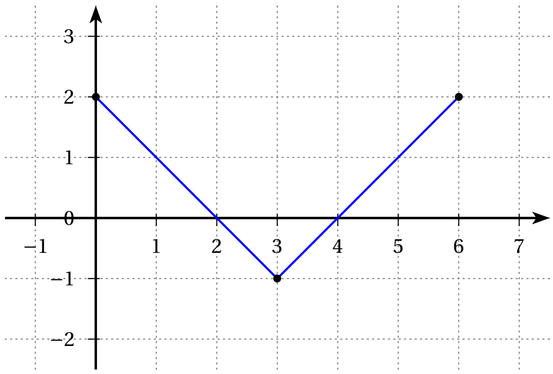
1. Quel est le maximum de f sur l'intervalle $[-1\ ;\ 4]$? Pour quelle valeur de x est-il atteint ?
2. Quel est le minimum de f sur l'intervalle $[-1\ ;\ 4]$? Pour quelle valeur de x est-il atteint ?
3. Reproduire la courbe de f sur l'intervalle $[1\ ;\ 4]$.
4. Déterminer le maximum et le minimum de f sur l'intervalle $[1\ ;\ 4]$.



Exercice 10

Une fonction f est définie sur l'intervalle $[0\ ;\ 6]$ par la courbe $\mathscr{C}_f$ ci-contre.

1. Reproduire la courbe puis colorer en rouge tous les points qui ont une ordonnée inférieure ou égale à 1.
2. En déduire les solutions de l'inéquation $f(x) \leqslant 1$.



Exercice 11

On considère une fonction f dont le tableau de variations est donné ci-dessous :

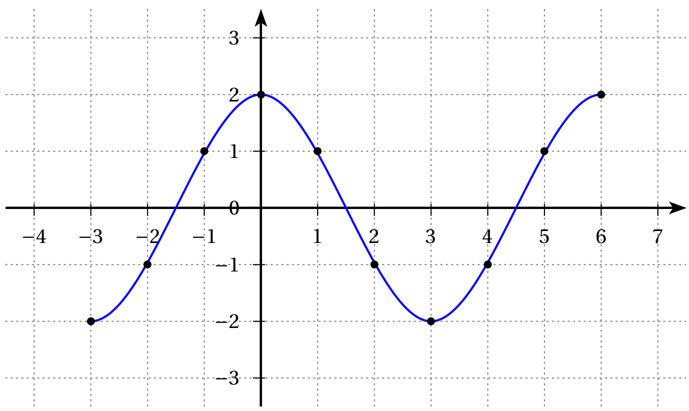
x	0	3	9
$f(x)$	2 ↘	1	↗ 5

Pour chacune des affirmations ci-dessous, dire si elle est VRAIE ou FAUSSE. Justifier.

1. La fonction f est définie sur l'intervalle $[0\ ;\ 9]$.
2. $f(1) = 3$.
3. Le point de coordonnées $(0\ ;\ 2)$ est un point de la courbe représentative de f.
4. La fonction f est croissante sur l'intervalle $[1\ ;\ 5]$.
5. Sur l'intervalle $[1\ ;\ 3]$, la fonction f est décroissante.

Exercice 12

Voici la courbe d'une fonction f définie sur l'intervalle $[-3\ ;\ 6]$:

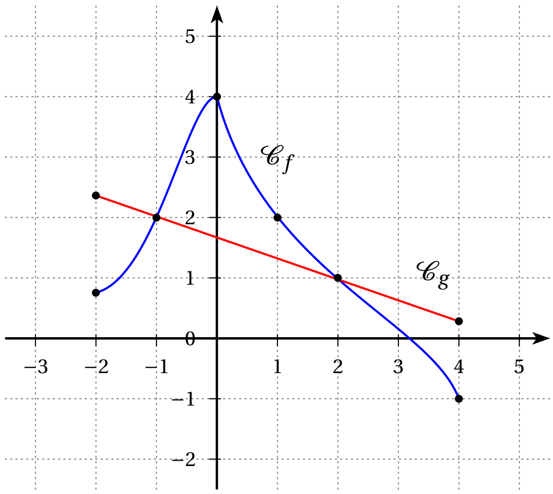


Résoudre graphiquement dans l'intervalle $[-3\ ;\ 6]$ les inéquations suivantes :

1. $f(x) > 1$.
2. $f(x) \leqslant 1$.
3. $f(x) > -1$.

EXERCICE 13

Les courbes ci-contre représentent deux fonctions f et g définies sur l'intervalle $[-2\,;\,4]$.



1. Résoudre graphiquement dans l'intervalle $[-2\,;\,4]$ les équations suivantes :
   - **a.** $f(x) = 2$.
   - **b.** $g(x) = 1$.
   - **c.** $f(x) = g(x)$.
2. Résoudre graphiquement dans l'intervalle $[-2\,;\,4]$ les inéquations suivantes :
   - **a.** $f(x) \leqslant 2$.
   - **b.** $g(x) > 1$.
   - **c.** $f(x) > g(x)$.
   - **d.** $f(x) \leqslant g(x)$.

EXERCICE 14

Soit f la fonction définie sur l'intervalle $[-3\,;\,3]$ par :

$$f(x) = -x^3 + 3x$$

Son tableau de variations est donné incomplet ci-dessous :

x	-3		-1		1		3
$f(x)$	$\ldots$	$\searrow$	$\ldots$	$\nearrow$	$\ldots$	$\searrow$	$\ldots$

1. Recopier et compléter le tableau de variations de f.
2. Déterminer le maximum et le minimum de f sur l'intervalle $[-3\,;\,3]$.

EXERCICE 15

On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par : $f(x) = (x-2)^2 + 5$.

1. Calculer $f(2)$ puis $f(x) - f(2)$.
2. En déduire que la fonction f admet un minimum sur $\mathbb{R}$.

EXERCICE 16

On considère la fonction g définie sur $\mathbb{R}$ par : $g(x) = 9 - (x-1)^2$.

1. Calculer $g(1)$ puis $g(x) - g(1)$.
2. En déduire que la fonction g admet un maximum sur $\mathbb{R}$.