TAUX - INDICES - FONCTIONS

EXERCICE 1

1. En 2012, on a : $y_1 = 1\,857$.

   En 2013, on a : $y_2 = 1\,757$.

   On note t le taux d'évolution de 2012 à 2013.

   On a : $t = \dfrac{y_2 - y_1}{y_1} = \dfrac{1\,757 - 1\,857}{1\,857} \simeq -0{,}054 \simeq -5{,}4\ \%$.

   Entre 2012 et 2013, le nombre de nouvelles immatriculations diminue d'environ 5,4 %.

2. En 2010, on a : $y_0 = 2\,210$ et $I_0 = 100$.

   En 2016, on a : $I_3 = 89{,}8$.

   On note y_3 le nombre de nouvelles immatriculations en 2016.

   On a : $y_3 = \dfrac{y_0 \times I_3}{I_0} = \dfrac{2\,210 \times 89{,}8}{100} \simeq 1\,985$.

   En 2016, il y a environ 1 985 milliers de nouvelles immatriculations.

3. **a.** En 2013, on a : $y_2 = 1\,757$.

   En 2019, on a : $y_4 = 2\,173$.

   On note t_{global} le taux d'évolution de 2013 à 2019.

   On a : $t_{\text{global}} = \dfrac{y_4 - y_2}{y_2} = \dfrac{2\,173 - 1\,757}{1\,757} \simeq 0{,}237 \simeq +23{,}7\ \%$.

   Entre 2013 et 2019, le nombre de nouvelles immatriculations de voitures particulières augmente d'environ 23,7 %.

   b. Entre 2013 et 2019, il s'écoule 6 années.

   On note t_{moyen} le taux d'évolution annuel moyen de 2013 à 2019.

   On a : $1 + t_{\text{moyen}} = (1 + t_{\text{global}})^{1/6} \simeq 1{,}237^{1/6} \simeq 1{,}036$.

   D'où : $t_{\text{moyen}} \simeq 1{,}036 - 1 \simeq 0{,}036 \simeq +3{,}6\ \%$.

   Entre 2013 et 2019, le nombre de nouvelles immatriculations augmente en moyenne d'environ 3,6 % par an.

4. **a.** On note y_5 le nombre de nouvelles immatriculations en 2020.

   On a : $y_5 = (1 + t) \times y_4 = 1{,}036 \times 2\,173 \simeq 2\,251$.

   En 2020 et selon ce modèle, il y a environ 2 251 milliers de nouvelles immatriculations.

   b. Entre 2019 et 2025, il s'écoule 6 années.

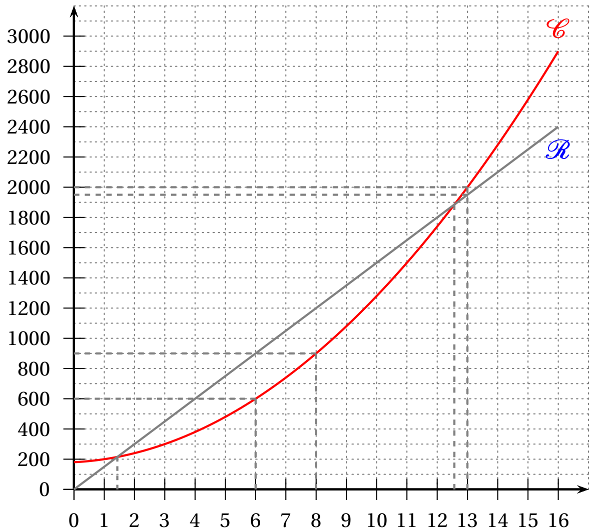
   On note y_6 le nombre de nouvelles immatriculations en 2025.

   On a : $y_5 = (1 + t)^6 \times y_4 = 1{,}036^6 \times 2\,173 \simeq 2\,687$.

   En 2025 et selon ce modèle, il y aura environ 2 687 milliers de nouvelles immatriculations.

EXERCICE 2

PARTIE A. ÉTUDE GRAPHIQUE



1. Graphiquement, le coût de fabrication de 6 meubles est égal à 600 €.

   Graphiquement, le coût de fabrication de 13 meubles est égal à 2 000 €.
2. Graphiquement, il n'est pas rentable pour l'artisan de fabriquer et vendre 13 meubles car $C(13) > R(13)$.
3. Graphiquement, l'artisan fabrique 8 meubles pour un coût de 900 euros.
4. Graphiquement, l'artisan doit vendre entre 2 et 12 meubles pour réaliser un bénéfice car sur cet intervalle, on a : $C(x) < R(x)$.

PARTIE B. ÉTUDE DU BÉNÉFICE

1. Par définition, le bénéfice algébrique est égal à la différence entre la recette et le coût de fabrication.

   On a : $B(x) = R(x) - C(x) = 150x - (10x^2 + 10x + 180) = 150x - 10x^2 - 10x - 180$.

   On a bien : $B(x) = -10x^2 + 140x - 180$.
2. Soit Δ le discriminant du trinôme $B(x) = -10x^2 + 140x - 180$.

   On a : $\Delta = b^2 - 4ac = 140^2 - 4 \times (-10) \times (-180) = 12\,400$.

   Comme $\Delta > 0$, alors l'équation $B(x) = 0$ possède deux solutions x_1 et x_2 :

$$x_1 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-140 - \sqrt{12\,400}}{2 \times (-10)} \simeq 12{,}568$$
$$x_2 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-140 + \sqrt{12\,400}}{2 \times (-10)} \simeq 1{,}432$$

   Comme $a < 0$, alors l'artisan réalise un bénéfice en vendant entre 2 et 12 meubles.
3. On a : $\alpha = \dfrac{-b}{2a} = \dfrac{-140}{2 \times (-10)} = 7$.

   Comme $a < 0$, alors la fonction B est croissante sur l'intervalle $[0\,;\,7]$ et décroissante sur l'intervalle $[7\,;\,16]$ et son maximum est $B(7)$ atteint en 7.

   L'artisan réalise le bénéfice maximal en vendant 7 meubles.

   On a : $B(7) = -10 \times 7^2 + 140 \times 7 - 180 = 310$.

   Le bénéfice maximal est égal à 310 €.