Lycée Jean Drouant
École Hôtelière de Paris
20, rue Médéric
75 017 Paris

Cours de Mathématiques
Seconde STHR

Emmanuel Dupuy
Emmanuel-R.Dupuy@ac-paris.fr

Paris
Année 2024-2025

TABLE DES MATIÈRES

CHAPITRE

1 EXPRESSIONS ALGÉBRIQUES

CONNAISSANCES ET CAPACITÉS

- Expressions polynomiales.
- Identités remarquables.
- Résolution algébrique d'équations ou d'inéquations.

- Développer, factoriser, réduire, des expressions algébriques.
- Utiliser la forme la plus adéquate pour résoudre un problème.
- Résoudre algébriquement une équation du premier degré.
- Résoudre algébriquement une inéquation du premier degré.
- Modéliser un problème par une équation ou une inéquation.

§ 1. Expressions algébriques

a. Expression polynomiale

EXEMPLE

- L'expression algébrique $4x^2-3x+5$ est une expression polynomiale du second degré.
  Le terme $4x^2$ est le monôme de degré 2 et son coefficient est le réel 4.
  Le terme $-3x$ est le monôme de degré 1 et son coefficient est le réel -3.
  Le terme 5 est le monôme de degré 0 ou le terme constant.

b. Distributivité

PROPRIÉTÉ

Pour n'importe quels réels a, b, c, d et k :

$$k\times(a+b)=ka+kb \qquad\qquad (a+b)\times(c+d)=ac+ad+bc+bd$$

c. Identités remarquables

PROPRIÉTÉ

Pour n'importe quels réels a et b :

$$(a+b)^2=a^2+2ab+b^2 \qquad (a-b)^2=a^2-2ab+b^2 \qquad (a+b)\times(a-b)=a^2-b^2$$

d. Développement, factorisation et réduction

DÉFINITION

- *Développer* une expression, c'est l'écrire sous la forme d'une somme.
- *Factoriser* une expression, c'est l'écrire sous la forme d'un produit.
- *Réduire* une expression, c'est l'écrire sous la forme la plus simple possible.

EXERCICE

1. Développer puis réduire l'expression $E = (3x-1)(5x+1) - (3x-1)^2$.
2. Factoriser E.
3. Calculer la valeur de E lorsque $x = 0$, puis lorsque $x = -1$.

SOLUTION

1. $E = (3x-1)(5x+1) - (3x-1)^2$

   $E = 15x^2 + 3x - 5x - 1 - (9x^2 - 6x + 1)$

   $E = 15x^2 - 2x - 1 - 9x^2 + 6x - 1$

   $E = 6x^2 + 4x - 2$

2. $E = (3x-1)(5x+1) - (3x-1)^2$

   $E = (3x-1)(5x+1) - (3x-1)(3x-1)$

   $E = (3x-1)[(5x+1) - (3x-1)]$

   $E = (3x-1)(2x+2)$

3. Lorsque $x = 0$, on a : $E = 6 \times 0^2 + 4 \times 0 - 2 = -2$.

   Lorsque $x = -1$, on a : $E = (3 \times (-1) - 1) \times (2 \times (-1) + 2) = -4 \times 0 = 0$.

§ 2. Équations et inéquations du premier degré

a. Résolution des équations du premier degré

PROPRIÉTÉ

- Pour n'importe quels réels a, b et x :

$$x + a = b \Leftrightarrow x = b - a$$

- Pour n'importe quels réels $a \neq 0$, b et x :

$$ax = b \Leftrightarrow x = \frac{b}{a}$$

EXERCICE

Résoudre l'équation (E) : $7x - 1 = 3(x+2)$.

SOLUTION

$$\begin{aligned} 7x - 1 = 3(x+2) &\Leftrightarrow 7x - 1 = 3x + 6 \\ &\Leftrightarrow 7x - 3x = 6 + 1 \Leftrightarrow 4x = 7 \\ &\Leftrightarrow x = \frac{7}{4} \Leftrightarrow x = 1{,}75 \end{aligned}$$

La solution de l'équation (E) est le réel 1,75.

b. Résolution des inéquations du premier degré

PROPRIÉTÉ

- Pour n'importe quels réels a, b et x :

$$x + a \leqslant b \Leftrightarrow x \leqslant b - a$$

- Pour n'importe quels nombres $a > 0$, b et x :

$$ax \leqslant b \Leftrightarrow x \leqslant \frac{b}{a}$$

$$-ax \leqslant b \Leftrightarrow x \geqslant -\frac{b}{a}$$

EXERCICE

Résoudre l'inéquation (I) : $2x - 5 \geqslant 5x + 1$.

SOLUTION

$$2x - 5 \geqslant 5x + 1 \Leftrightarrow 2x - 5x \geqslant 1 + 5 \Leftrightarrow -3x \geqslant 6$$

$$\Leftrightarrow x \leqslant -\frac{6}{3} \Leftrightarrow x \leqslant -2$$

Les solutions de l'inéquation (I) sont les réels inférieurs ou égaux à -2.

CHAPITRE

2

GÉOMÉTRIE

CONNAISSANCES ET CAPACITÉS

- Abscisse et ordonnée d'un point dans un repère orthogonal.
- Milieu d'un segment.
- Triangles, quadrilatères, cercles.

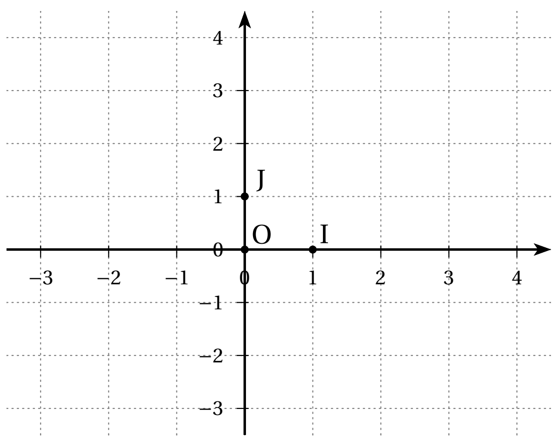
- Repérer un point donné du plan.
- Placer un point connaissant ses coordonnées.
- Calculer les coordonnées du milieu d'un segment.
- Utiliser les propriétés des triangles, des quadrilatères, des cercles.
- Utiliser les propriétés des symétries axiale ou centrale.
- Calculer des longueurs, des aires, des volumes.
- Utiliser les théorèmes de Thalès ou de Pythagore.

§ 1. Géométrie analytique

a. Repère du plan

DÉFINITION

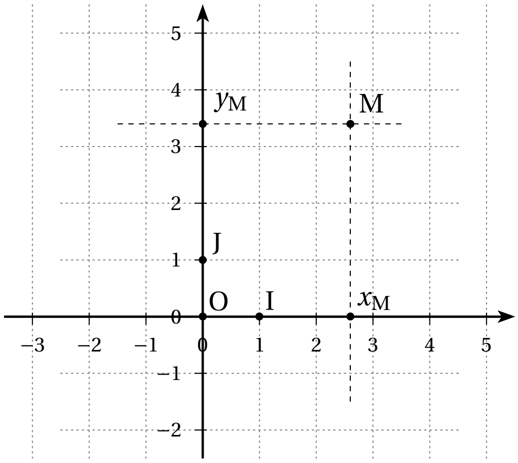
- Un triangle OIJ définit un *repère* du plan, d'*origine* O, noté (O ; I, J).
- Un triangle OIJ rectangle en O définit un *repère orthogonal*.
- Un triangle OIJ rectangle et isocèle en O définit un *repère orthonormé*.
- La droite (OI) s'appelle l'*axe des abscisses*, gradué comme sur la figure.
- La droite (OJ) s'appelle l'*axe des ordonnées*, gradué comme sur la figure.



b. Coordonnées d'un point

PROPRIÉTÉ

A tout point M du plan muni d'un repère (O ; I, J) correspond en traçant des parallèles aux axes un unique couple de nombres $(x_M\ ;\ y_M)$ comme précisé sur la figure.



DÉFINITION

- Le couple $(x_M\ ;\ y_M)$ forme les *coordonnées* du point M dans le repère (O ; I, J).
- Le nombre x_M s'appelle l'*abscisse* du point M.
- Le nombre y_M s'appelle l'*ordonnée* du point M.

EXEMPLE

Dans un repère (O ; I, J), on a :

- O (0 ; 0).
- I (1 ; 0).
- J (0 ; 1).

REMARQUE

- Un point situé dans le « quart nord-est » a des coordonnées positives.
- Un point situé dans le « quart sud-ouest » a des coordonnées négatives.

c. Coordonnées du milieu d'un segment

PROPRIÉTÉ

Soient (O ; I, J) un repère du plan et deux points A $(x_A\ ;\ y_A)$ et B $(x_B\ ;\ y_B)$.

Si M est le milieu du segment [AB], alors ses coordonnées $(x_M\ ;\ y_M)$ sont données par les formules :

$$x_M = \frac{x_A + x_B}{2}$$
$$y_M = \frac{y_A + y_B}{2}$$

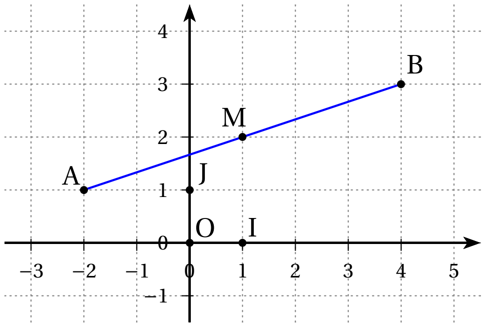
EXEMPLE

- On considère les points A $(-2\ ;\ 1)$ et B $(4\ ;\ 3)$ dans le plan muni d'un repère $(O\ ;\ I,\ J)$.

  Soit M le milieu du segment [AB].

  On a : $x_M = \dfrac{x_A + x_B}{2} = \dfrac{-2+4}{2} = \dfrac{2}{2} = 1.$

  On a : $y_M = \dfrac{y_A + y_B}{2} = \dfrac{1+3}{2} = \dfrac{4}{2} = 2.$



§ 2. Configurations du plan

a. Segment

EXERCICE

Soient A et B deux points du plan muni d'un repère orthonormé $(O\ ;\ I,\ J)$ de coordonnées respectives $(x_A\ ;\ y_A)$ et $(x_B\ ;\ y_B)$.

Soit C le point de même ordonnée que A et de même abscisse que B.

1. En utilisant le théorème de Pythagore, démontrer que la longueur du segment AB est donnée par la formule :

$$AB = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2}$$

2. Calculer la longueur AB dans le cas où A $(-2\ ;\ 1)$ et B $(4\ ;\ 3)$.

SOLUTION

1. Comme le repère $(O\ ;\ I,\ J)$ est un repère orthonormé, alors le triangle ABC est un triangle rectangle en C. D'après le théorème de Pythagore :

$$AB^2 = AC^2 + BC^2 = (x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2 \Leftrightarrow AB = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2}$$

2. On a : $AB = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2} = \sqrt{(4-(-2))^2 + (3-1)^2} = \sqrt{40} = 2\sqrt{10} \simeq 6{,}32.$

b. Symétrique

EXERCICE

- On considère les points A $(2\ ;\ 1)$ et B $(5\ ;\ 3)$ du plan muni d'un repère $(O\ ;\ I,\ J)$.

Calculer les coordonnées du symétrique S de B par rapport à A.

SOLUTION

Puisque S est le symétrique de B par rapport à A, alors A est le milieu de [SB] :

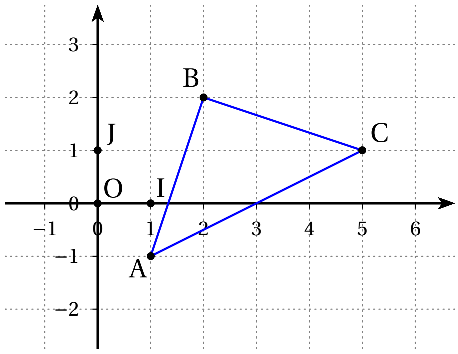
$$\frac{x_S + x_B}{2} = x_A \Leftrightarrow \frac{x_S + 5}{2} = 2 \Leftrightarrow x_S + 5 = 4 \Leftrightarrow x_S = -1$$
$$\frac{y_S + y_B}{2} = y_A \Leftrightarrow \frac{y_S + 3}{2} = 1 \Leftrightarrow y_S + 3 = 2 \Leftrightarrow y_S = -1$$

c. Triangle

EXERCICE

On considère les points A $(1\,;\,-1)$, B $(2\,;\,2)$ et C $(5\,;\,1)$ dans le plan muni d'un repère orthonormé $(O\,;\,I,\,J)$.

1. Démontrer que le triangle ABC est rectangle et isocèle.
2. Déterminer les coordonnées du centre Ω du cercle circonscrit $\mathscr{C}$ au triangle ABC.



SOLUTION

1. On a : $AB = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2} = \sqrt{(2-1)^2 + (2-(-1))^2} = \sqrt{10}$.

   On a : $AC = \sqrt{(x_C - x_A)^2 + (y_C - y_A)^2} = \sqrt{(5-1)^2 + (1-(-1))^2} = \sqrt{20} = 2\sqrt{5}$.

   On a : $BC = \sqrt{(x_C - x_B)^2 + (y_C - y_B)^2} = \sqrt{(5-2)^2 + (1-2)^2} = \sqrt{10}$.

   Puisque AB = BC, alors ABC est un triangle isocèle en B.

   Puisque $AC^2 = AB^2 + BC^2$, alors, d'après la réciproque du théorème de Pythagore, ABC est également un triangle rectangle en B.

2. Puisque ABC est un triangle rectangle en B, alors le centre Ω de son cercle circonscrit $\mathscr{C}$ est le milieu de l'hypoténuse [AC].

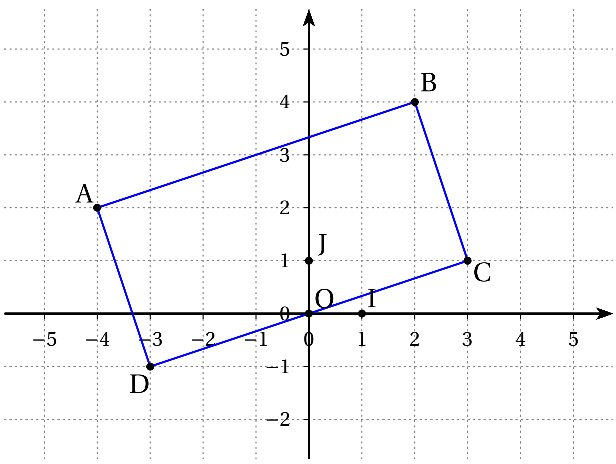
   On a : $x_\Omega = \dfrac{x_A + x_C}{2} = \dfrac{1+5}{2} = 3$ et $y_\Omega = \dfrac{y_A + y_C}{2} = \dfrac{-1+1}{2} = 0$.

d. Quadrilatères

EXERCICE

On considère les points A $(-4\,;\,2)$, B $(2\,;\,4)$, C $(3\,;\,1)$ et D $(-3\,;\,-1)$ dans le plan muni d'un repère orthonormé $(O\,;\,I,\,J)$.

1. Montrer que les diagonales [AC] et [BD] du quadrilatère ABCD se coupent en leur milieu.
2. En déduire la nature du quadrilatère ABCD.
3. Démontrer que le quadrilatère ABCD est un rectangle.



SOLUTION

En classe...

CHAPITRE

3 FONCTIONS

CONNAISSANCES ET CAPACITÉS

- Fonction.
- Image, antécédent.
- Courbe représentative.
- Résolution graphique d'équations.

- Traduire le lien entre deux quantités par une formule.
- Identifier la variable et l'ensemble de définition.
- Déterminer l'image d'un nombre.
- Rechercher des antécédents d'un nombre.
- Représenter graphiquement une fonction.
- Résoudre graphiquement une équation du type $f(x) = k$.
- Résoudre graphiquement une équation du type $f(x) = g(x)$.

§ 1. Fonctions

a. Fonction

EXEMPLE

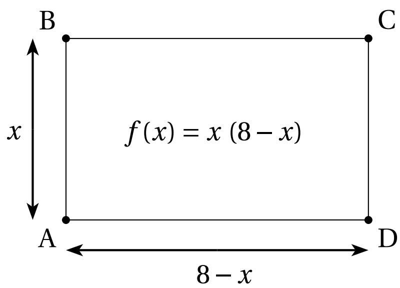
- Enclos

  On souhaite délimiter un enclos rectangulaire ABCD avec 16 mètres de clôture.

  Le côté [AB] a une longueur variable, notée x, comprise entre 0 et 8 mètres.

  Le côté [AD] a une longueur qui dépend de x, égale à $8 - x$.

  Le rectangle ABCD a une aire qui dépend de x, notée $f(x)$, égale à $x\,(8 - x)$.



  Lorsque $x = 2$: $f(2) = 2 \times (8 - 2) = 12$.

  Lorsque $x = 3$: $f(3) = 3 \times (8 - 3) = 15$.

  Lorsque $x = 5$: $f(5) = 5 \times (8 - 5) = 15$.

DÉFINITION

Une *fonction* f définie sur un ensemble $\mathbb{E}$ est un procédé qui à tout réel $x \in \mathbb{E}$ associe un unique réel $f(x)$.

$$\begin{aligned} f\ :\ \mathbb{E} &\longrightarrow \mathbb{R} \\ x &\longmapsto f(x) \end{aligned}$$

- L'ensemble $\mathbb{E}$ est appelé l'*ensemble de définition.*
- Le réel x est appelé la *variable.*
- Le réel $f(x)$ est appelé l'*image* du réel x.
- Le réel x est appelé un *antécédent* du réel $f(x)$.

EXEMPLE

- Enclos

$$\begin{aligned} f\ :\ [0\,;\,8] &\longrightarrow \mathbb{R} \\ x &\longmapsto f(x) = x\,(8-x) \end{aligned}$$

L'ensemble de définition est l'intervalle $[0\,;\,8]$.
L'image du réel 2 est le réel 12.
Des antécédents du réel 15 sont les réels 3 et 5.

b. Tableau de valeurs

EXEMPLE

- Enclos

x	0	0,5	1	2	3	3,5	4	5	6	8
$f(x)$	0	3,75	7	12	15	15,75	16	15	12	0

c. Représentation graphique

DÉFINITION

On considère un repère $(\mathrm{O}\,;\,\mathrm{I},\,\mathrm{J})$ du plan et une fonction f définie sur un ensemble $\mathbb{E}$.

L'ensemble des points de coordonnées $\big(x\,;\,f(x)\big)$, avec $x \in \mathbb{E}$, s'appelle la *représentation graphique* de la fonction f dans le repère $(\mathrm{O}\,;\,\mathrm{I},\,\mathrm{J})$.

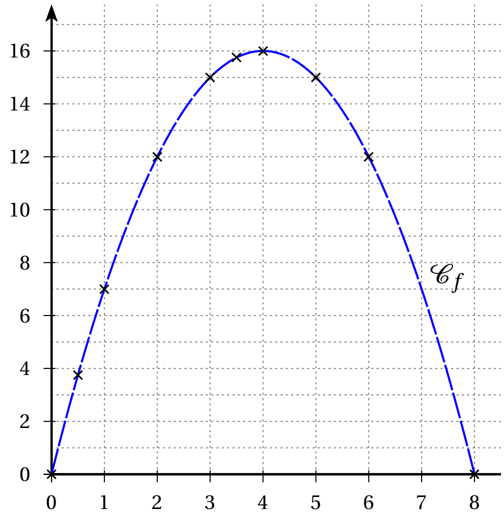
MÉTHODE

Pour représenter graphiquement une fonction f :

- On dresse un tableau de valeurs.
- On place dans un repère les points de coordonnées $\big(x\,;\,f(x)\big)$ obtenus par le tableau.
- On relie « au mieux » les points.

EXEMPLE

- Enclos



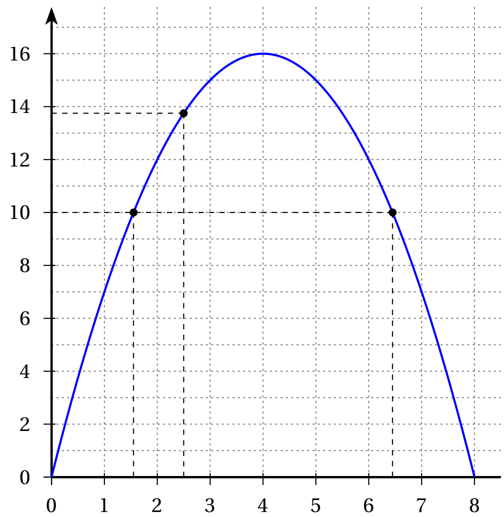
d. Lecture graphique

MÉTHODE

- Pour lire graphiquement l'image d'un réel x par une fonction f, on lit l'ordonnée du point de la courbe de f d'abscisse égale à x.
- Pour lire graphiquement les antécédents d'un réel y par une fonction f, on lit les abscisses des points de la courbe de f d'ordonnée égale à y.

EXEMPLE

- Enclos



L'image du réel 2,5 est le réel environ égal à 14.

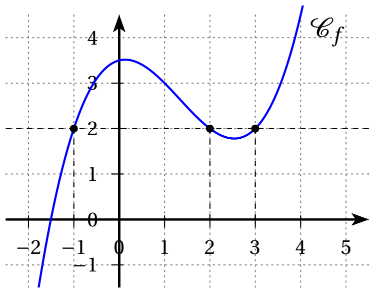
Les antécédents du réel 10 sont les réels environ égaux à 1,5 et 6,5.

§ 2. Résolutions graphiques

a. Résolution graphique d'une équation du type $f(x) = k$

EXEMPLE

- La courbe ci-dessous est la représentation graphique d'une fonction f.



Graphiquement les solutions de l'équation $f(x) = 2$ sont les réels -1, 2 et 3, abscisses des points de la courbe d'ordonnée égale à 2.

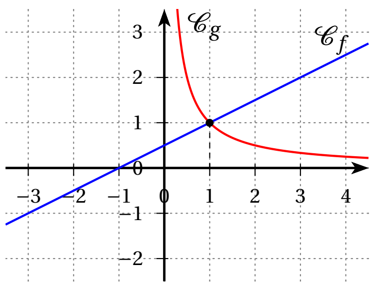
PROPRIÉTÉ

On considère une fonction f et un réel k. On note $\mathscr{C}_f$ la courbe de f dans un repère.
Les solutions de l'équation $f(x) = k$ sont les abscisses des points de la courbe $\mathscr{C}_f$ d'ordonnée égale à k.
Autrement dit, les solutions de l'équation $f(x) = k$ sont les antécédents du réel k.

b. Résolution graphique d'une équation du type $f(x) = g(x)$

EXEMPLE

- Les courbes ci-dessous sont les représentations graphiques de deux fonctions f et g.



Graphiquement la solution de l'équation $f(x) = g(x)$ est le réel 1, abscisse du point d'intersection des deux courbes.

PROPRIÉTÉ

On considère deux fonctions f et g. On note $\mathscr{C}_f$ et $\mathscr{C}_g$ les courbes de f et de g dans un repère.
Les solutions de l'équation $f(x) = g(x)$ sont les abscisses des points d'intersection des courbes $\mathscr{C}_f$ et $\mathscr{C}_g$.

CHAPITRE 4

INFORMATION CHIFFRÉE

CONNAISSANCES ET CAPACITÉS

- Proportion d'une sous-population dans une population.
- Proportion de proportion.
- Variation absolue et variation relative.
- Évolutions successives et évolution réciproque.

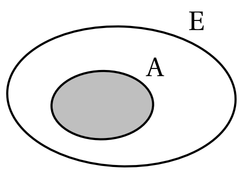
- Exploiter la relation entre effectifs et proportion.
- Exprimer une proportion en pourcentage.
- Traiter des situations mettant en jeu des proportions de proportions.
- Exploiter les relations entre deux valeurs et le taux d'évolution associé.
- Calculer le taux d'évolution global à partir des taux successifs.
- Calculer un taux d'évolution réciproque.

§ 1. Proportions

a. Proportion

DÉFINITION

- Dans une population E, la *proportion* p que représente une sous-population A est le rapport entre l'effectif n_A de la sous-population et l'effectif n_E de la population.



Autrement dit :

$$p = \frac{n_A}{n_E}$$

- En multipliant une proportion p par 100, on exprime cette proportion en pourcentage.

EXEMPLE

- Dans une classe de 20 élèves, il y a 8 garçons.
  On a : $p = \frac{n_A}{n_E} = \frac{8}{20} = 0{,}40 = 40\ \%$.
  Les garçons représentent 40 % des élèves de la classe.

PROPRIÉTÉ

Avec les notations précédentes :

$$n_A = p \times n_E$$
$$n_E = \frac{n_A}{p}$$

EXEMPLE

- Un pot de fromage blanc de 500 g contient 3,6 % de matière grasse.

  On connait la masse de fromage blanc n_E et la proportion de matière grasse p. On peut calculer la masse de matière grasse n_A.

  On a : $n_A = p \times n_E = 0{,}036 \times 500 = 18$.

  Il y a 18 g de lipide dans le pot.

- Dans un village, les 54 hommes représentent 45 % de la population du village.

  On connait le nombre d'hommes n_A et la proportion d'hommes dans le village p. On peut calculer la population du village n_E.

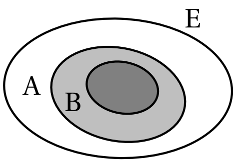
  On a : $n_E = \frac{n_A}{p} = \frac{54}{0{,}45} = 120$.

  Il y a 120 habitants dans le village.

b. Proportion de proportion

PROPRIÉTÉ

Si p_1 est la proportion d'une sous-population A dans une population E et p_2 est la proportion d'une sous-population B dans la sous-population A, alors la proportion p de la sous-population B dans la population E est égale au produit des proportions p_1 et p_2.



Autrement dit :

$$p = p_1 \times p_2$$

EXEMPLE

- Dans un avion, les européens représentent 70 % des passagers et les français représentent 60 % des européens.

  On connait la proportion d'européens parmi les passagers p_1 et la proportion de français parmi les européens p_2. On peut calculer la proportion de français parmi les passagers p.

  On a : $p = p_1 \times p_2 = 0{,}70 \times 0{,}60 = 0{,}42$.

  Les français représentent 42 % des passagers.

§ 2. Taux d'évolution

a. Taux d'évolution

DÉFINITION

On considère une grandeur qui évolue de la valeur initiale y_1 à la valeur finale y_2.

- Le *taux d'évolution* t de y_1 à y_2 est donné par la formule :

$$t = \frac{y_2 - y_1}{y_1}$$

- En multipliant un taux par 100, on exprime ce taux en pourcentage.

EXEMPLE

- Un article coûtait 35 € en juin et 42 € en septembre.
  On connait le prix initial y_1 et le prix final y_2. On peut calculer le taux d'évolution t.
  On a : $t = \frac{y_2 - y_1}{y_1} = \frac{42 - 35}{35} = 0{,}20 = +20\ \%$.
  Le prix de l'article a augmenté de 20 %.

- Le cours d'une action est passé de 60 € à 57 € en un jour.
  On connait le cours initial y_1 et le cours final y_2. On peut calculer le taux d'évolution t.
  On a : $t = \frac{y_2 - y_1}{y_1} = \frac{57 - 60}{60} = -0{,}05 = -5\ \%$.
  Le cours de l'action a diminué de 5 %.

b. Coefficient multiplicateur

DÉFINITION

On considère une grandeur qui évolue de la valeur initiale y_1 à la valeur finale y_2.

- Le *coefficient multiplicateur* c de y_1 à y_2 est donné par la formule :

$$c = \frac{y_2}{y_1}$$

- Le coefficient multiplicateur c est donc le nombre qui multiplié par y_1 donne y_2.

EXEMPLE

- Un article coûtait 35 € en juin et 42 € en septembre.
  On connait le prix initial y_1 et le prix final y_2. On peut calculer le coefficient multiplicateur c.
  On a : $c = \frac{y_2}{y_1} = \frac{42}{35} = 1{,}20$.
  Le prix de l'article a été multiplié par 1,20.

PROPRIÉTÉ

Le taux d'évolution t et le coefficient multiplicateur c sont reliés par l'une des deux formules équivalentes :

$$c = 1 + t$$
$$t = c - 1$$

EXEMPLE

- On suppose que : $t = +5\ \%$.
  On a : $c = 1 + t = 1 + 0{,}05 = 1{,}05$.
- On suppose que : $t = -20\ \%$.
  On a : $c = 1 + t = 1 - 0{,}20 = 0{,}80$.
- On suppose que : $c = 0{,}91$.
  On a : $t = c - 1 = 0{,}91 - 1 = -0{,}09 = -9\ \%$.

REMARQUE

- Si une grandeur augmente, alors $t > 0$ et $c > 1$.
- Si une grandeur diminue, alors $t < 0$ et $0 < c < 1$.

c. Calcul d'une grandeur

MÉTHODE

On considère une grandeur qui évolue de la valeur initiale y_1 à la valeur finale y_2 et on note t le taux d'évolution de la grandeur. On a :

$$y_2 = (1 + t) \times y_1$$
$$y_1 = \frac{y_2}{1 + t}$$

EXEMPLE

- Une baguette coûte 1,20 € en juin. Son prix augmente de 15 % durant l'été.
  On connait le prix en initial y_1 et le taux d'évolution t. On peut calculer le prix final y_2.
  On a : $y_2 = (1 + t) \times y_1 = 1{,}15 \times 1{,}20 = 1{,}38$.
  La baguette coûte 1,38 € en septembre.

- Au bout d'un an, j'ai retiré 936 € d'un capital placé à un taux annuel de 4 %.
  On connait le capital final y_2 et le taux d'évolution t. On peut calculer le capital initial y_1.
  On a : $y_1 = \dfrac{y_2}{1 + t} = \dfrac{936}{1{,}04} = 900$.
  J'ai placé 900 €.

d. Évolutions successives

REMARQUE

Les taux d'évolution **ne s'additionnent pas** mais les coefficients multiplicateurs **se multiplient**.

$$\begin{tikzcd} y_{\text{initiale}} \arrow[r, "\times c_1"'] \arrow[rr, bend left, "\times c_1 \times c_2"] & {} \arrow[r, "\times c_2"'] & y_{\text{finale}} \end{tikzcd}$$

PROPRIÉTÉ

Si t_1 et t_2 sont les taux de deux évolutions successives, alors le taux d'évolution de la valeur initiale à la valeur finale, appelé le *taux d'évolution global*, est tel que :

$$1 + t_{\text{global}} = (1 + t_1) \times (1 + t_2)$$

EXEMPLE

- On considère deux hausses successives de 10 %. On a :

$$1 + t_{\text{global}} = (1 + t_1) \times (1 + t_2) = 1{,}10 \times 1{,}10 = 1{,}21$$
$$t_{\text{global}} = 1{,}21 - 1 = 0{,}21 = +21\ \%$$

La hausse globale est de 21 %.

e. Évolution réciproque

REMARQUE

Les taux d'évolution **ne s'opposent pas** mais les coefficients multiplicateurs **s'inversent**.

$$\begin{tikzcd} y_{\text{initiale}} \arrow[r, shift right, "\times c"'] & y_{\text{finale}} \arrow[l, shift right, "\times \frac{1}{c}"'] \end{tikzcd}$$

PROPRIÉTÉ

Si t est un taux d'évolution de la valeur initiale à la valeur finale, alors le taux d'évolution de la valeur finale à la valeur initiale, appelé le *taux d'évolution réciproque*, est tel que :

$$1 + t_{\text{réc.}} = \frac{1}{1+t}$$

EXEMPLE

- On considère une hausse de 25 %. On a :

$$1 + t_{\text{réc.}} = \frac{1}{1+t} = \frac{1}{1{,}25} = 0{,}80$$
$$t_{\text{réc.}} = 0{,}80 - 1 = -0{,}20 = -20\ \%$$

Une hausse de 25 % est compensée par une baisse de 20 %.

CHAPITRE 5

ÉTUDE QUALITATIVE D'UNE FONCTION

CONNAISSANCES ET CAPACITÉS

- Fonction croissante ou décroissante sur un intervalle.
- Maximum, minimum d'une fonction sur un intervalle.
- Résolution graphique d'inéquations.

- Décrire les variations d'une fonction définie par une courbe.
- Tracer une courbe compatible avec un tableau de valeurs.
- Tracer une courbe compatible avec un tableau de variations.
- Comparer les images de deux réels.
- Déterminer les réels dont l'image est supérieure à un réel donné.
- Résoudre graphiquement une inéquation du type $f(x) > k$.
- Résoudre graphiquement une inéquation du type $f(x) > g(x)$.

§ 1. Sens de variations d'une fonction

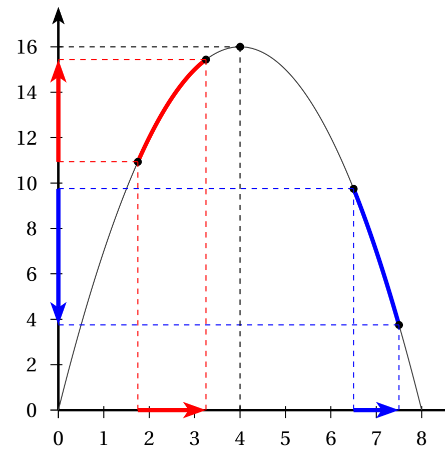
a. Sens de variations d'une fonction

EXEMPLE

- Enclos

  Lorsque x décrit l'intervalle $[0\,;\,4]$, $f(x)$ augmente de la valeur 0 à la valeur 16.
  On dit que la fonction f est croissante sur l'intervalle $[0\,;\,4]$.

  Lorsque x décrit l'intervalle $[4\,;\,8]$, $f(x)$ diminue de la valeur 16 à la valeur 0.
  On dit que la fonction f est décroissante sur l'intervalle $[4\,;\,8]$.



DÉFINITION

Étudier le *sens de variations* d'une fonction consiste à découper son ensemble de définition en une succession d'intervalles les plus larges possibles sur lesquels la fonction est ou bien croissante, ou bien décroissante.

b. Tableau de variations d'une fonction

MÉTHODE

Un *tableau de variations* permet de résumer le sens de variations de la fonction.

EXEMPLE

- Enclos

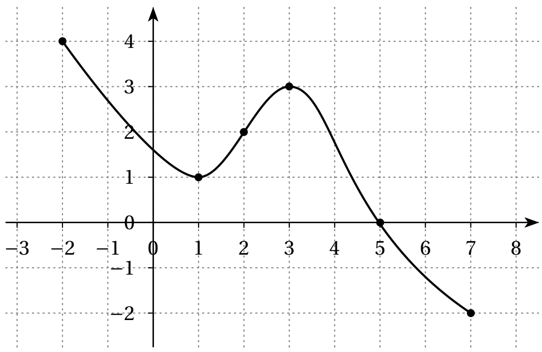
  Le tableau de variations de la fonction f est donné par :

x	0		4		8
$f(x)$			16		
	0	$\nearrow$		$\searrow$	0

c. Tableau de variations d'une fonction de courbe donnée

EXERCICE

Donner l'ensemble de définition puis dresser le tableau de variations de la fonction f dont la courbe $\mathscr{C}_f$ est donnée ci-dessous.



SOLUTION

L'ensemble de définition de la fonction f est l'intervalle $[-2\ ;\ 7]$.

Le tableau de variations de la fonction f est donné par :

x	-2		1		3		7
$f(x)$	4				3		
		$\searrow$	1	$\nearrow$		$\searrow$	-2

d. Courbe d'une fonction compatible avec ses variations

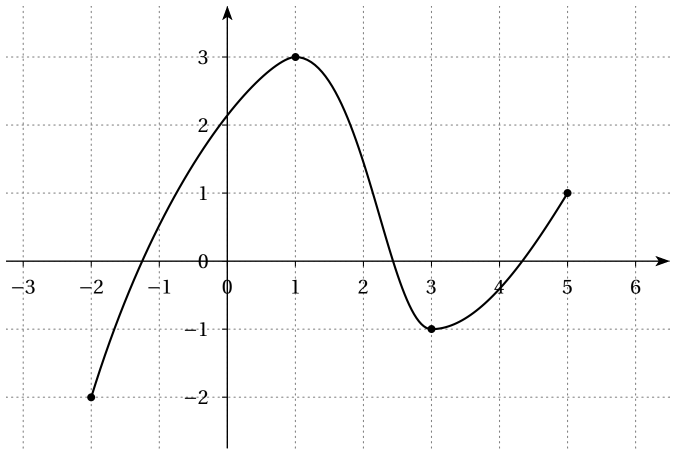
EXERCICE

Tracer une courbe compatible avec le tableau de variations de la fonction f définie sur l'intervalle $[-2\ ;\ 5]$ et donné ci-dessous.

x	-2		1		3		5
$f(x)$	-2	$\nearrow$	3	$\searrow$	-1	$\nearrow$	1

SOLUTION

Une courbe compatible avec le tableau de variations de la fonction f est donnée par :



§ 2. Fonctions monotones

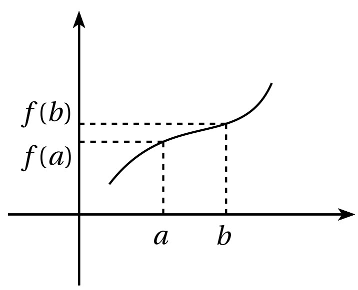
a. Fonction croissante

DÉFINITION

On considère une fonction f définie sur un intervalle $\mathbb{E}$.
On dit que la fonction f est *croissante* sur $\mathbb{E}$ lorsque :

Pour tous réels a et b de $\mathbb{E}$ tels que $a \leqslant b$:
$$f(a) \leqslant f(b)$$

Autrement dit, lorsque x décrit l'intervalle $\mathbb{E}$, $f(x)$ augmente.



EXEMPLE

- Enclos
  La fonction f est croissante sur l'intervalle $[0\ ;\ 4]$.

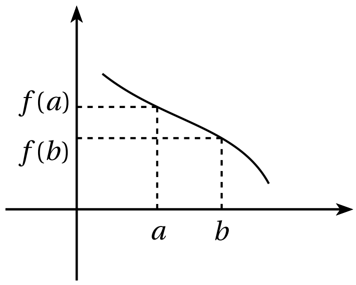
b. Fonction décroissante

DÉFINITION

On considère une fonction f définie sur un intervalle $\mathbb{E}$.
On dit que la fonction f est *décroissante* sur $\mathbb{E}$ lorsque :

Pour tous réels a et b de $\mathbb{E}$ tels que $a \leqslant b$:
$$f(a) \geqslant f(b)$$

Autrement dit, lorsque x décrit l'intervalle $\mathbb{E}$, $f(x)$ diminue.



EXEMPLE

- Enclos
  La fonction f est décroissante sur l'intervalle $[4\ ;\ 8]$.

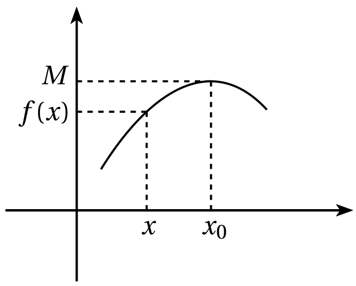
§ 3. Extremum d'une fonction

a. Maximum d'une fonction

DÉFINITION

On considère une fonction f définie sur un intervalle $\mathbb{E}$ et un réel M.
On dit que M est le *maximum* de f sur $\mathbb{E}$, atteint en x_0, lorsque :

Pour tout réel x de $\mathbb{E}$:
$$f(x) \leqslant M \text{ et } f(x_0) = M$$



EXEMPLE

- Enclos
  Le réel 16 est le maximum de la fonction f sur l'intervalle $[0\ ;\ 8]$, atteint en 4.

PROPRIÉTÉ

Soit f une fonction définie sur un intervalle $[a\ ;\ b]$ et $c \in [a\ ;\ b]$.
Si f est croissante sur l'intervalle $[a\ ;\ c]$ et décroissante sur l'intervalle $[c\ ;\ b]$, alors $f(c)$ est le maximum de f sur l'intervalle $[a\ ;\ b]$.

x	a		c		b
$f(x)$		$\nearrow$	$f(c)$	$\searrow$	

b. Minimum d'une fonction

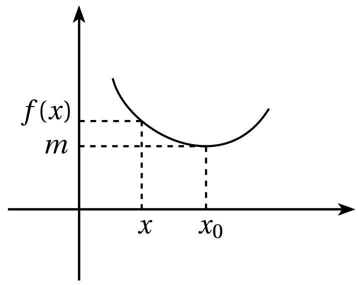
DÉFINITION

On considère une fonction f définie sur un intervalle $\mathbb{E}$ et un réel m.

On dit que m est le *minimum* de f sur $\mathbb{E}$, atteint en x_0, lorsque :

Pour tout réel x de $\mathbb{E}$:

$f(x) \geqslant m$ et $f(x_0) = m$



EXEMPLE

- Enclos

  Le réel 0 est le minimum de la fonction f sur l'intervalle $[0\,;\,8]$, atteint en 0 et en 8.

PROPRIÉTÉ

Soit f une fonction définie sur un intervalle $[a\,;\,b]$ et $c \in [a\,;\,b]$.

Si f est décroissante sur l'intervalle $[a\,;\,c]$ et croissante sur l'intervalle $[c\,;\,b]$, alors $f(c)$ est le minimum de f sur l'intervalle $[a\,;\,b]$.

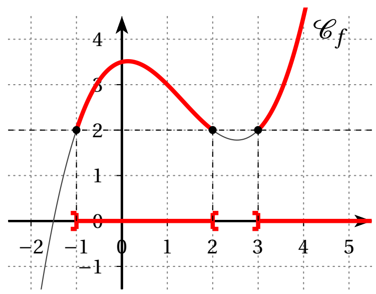
x	a	c	b
$f(x)$	↘	$f(c)$	↗

§ 4. Résolutions graphiques

a. Résolution graphique d'une inéquation du type $f(x) > k$

EXEMPLE

- La courbe ci-dessous est la représentation graphique d'une fonction f.



Les solutions de l'inéquation $f(x) > 2$ sont les réels $x \in \,]-1\,;\,2[\,\cup\,]3\,;\,+\infty[$.

PROPRIÉTÉ

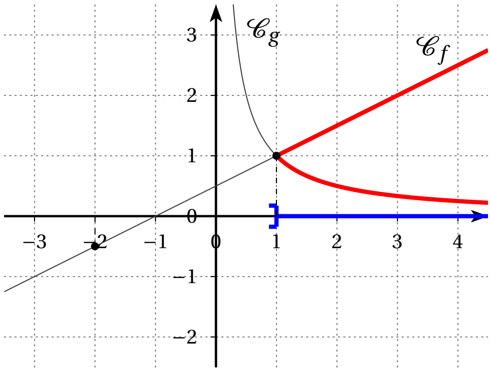
On considère une fonction f définie sur un intervalle $\mathbb{E}$ et un réel k. On note $\mathscr{C}_f$ la courbe de f dans un repère.

Les solutions de l'inéquation $f(x) > k$ sont les abscisses des points de la courbe $\mathscr{C}_f$ d'ordonnée supérieure à k.

b. Résolution graphique d'une inéquation du type $f(x) > g(x)$

EXEMPLE

- Les courbes ci-dessous sont les représentations graphiques de deux fonctions f et g.



Les solutions de l'inéquation $f(x) > g(x)$ sont les réels $x \in]1\ ;\ +\infty[$.

PROPRIÉTÉ

On considère deux fonctions f et g définies sur un intervalle $\mathbb{E}$. On note $\mathscr{C}_f$ et $\mathscr{C}_g$ les courbes de f et de g dans un repère.

Les solutions de l'inéquation $f(x) > g(x)$ sont les abscisses des points de la courbe $\mathscr{C}_f$ d'ordonnée supérieure aux points de la courbe $\mathscr{C}_g$ de même abscisse.

CHAPITRE

6

STATISTIQUES

CONNAISSANCES ET CAPACITÉS

- Moyenne pondérée.
- Linéarité de la moyenne.
- Médiane.
- Quartiles.
- Écart inter-quartile.
- Écart type.

- Comparer deux séries à l'aide d'indicateurs.
- Comparer deux séries à l'aide de représentations graphiques données.

§ 1. Moyenne

a. Moyenne pondérée

EXEMPLE

- Entreprise

  Le tableau ci-dessous indique les salaires des 70 ouvriers, des 20 agents de maîtrise et des 10 cadres d'une entreprise.

Salaire x_i en euros	1 500	2 000	2 500
Effectif n_i	70	20	10

  Le nombre de salariés n est donné par : $n = 70 + 20 + 10 = 100$.

  Le salaire moyen $\overline{x}$ est donné par : $\overline{x} = \dfrac{70 \times 1\,500 + 20 \times 2\,000 + 10 \times 2\,500}{100} = \dfrac{170\,000}{100} = 1\,700$.

DÉFINITION

On considère une série statistique $(x_i\ ;\ n_i)$.

- La *taille* n de la série est la somme des effectifs n_i :

$$n = \sum n_i$$

- La *moyenne pondérée* $\overline{x}$ de la série est donnée par la formule :

$$\overline{x} = \frac{\sum n_i x_i}{n}$$

b. Linéarité de la moyenne

PROPRIÉTÉ

On considère deux réels a et b.
Si $\overline{x}$ est la moyenne d'une liste de réels $\{x_i\}$, alors la moyenne $\overline{y}$ de la liste de réels $\{ax_i + b\}$ est donnée par :

$$\overline{y} = a\overline{x} + b$$

EXEMPLE

- Entreprise
  Le salaire moyen, exprimé en milliers d'euros, est égal à 1,7.
  Si chaque salarié est augmenté de 100 euros, alors le salaire moyen est augmenté de 100 euros.

§ 2. Médiane et quartiles

a. Médiane

DÉFINITION

On considère la liste ordonnée $\{a_1 \; ; \; ... \; ; \; a_n\}$ des valeurs d'une série statistique de taille n.

- Si n est impair, alors la médiane Me de la série est la valeur de rang central.
- Si n est pair, alors la médiane Me de la série est la demi-somme des deux valeurs de rangs centraux.

EXEMPLE

- Série de notes

  6 7 8 9 10 10 **10** **11** 11 12 13 14 16 18

  Puisque $n = 14$ est pair, alors la médiane Me est la demi-somme des valeurs de rangs 7 et 8.
  On a : $\text{Me} = \dfrac{a_7 + a_8}{2} = \dfrac{10+11}{2} = 10{,}5$.

b. Quartiles

DÉFINITION

On considère la liste croissante $\{a_1 \; ; \; ... \; ; \; a_n\}$ des valeurs d'une série statistique de taille n.

- Le *premier quartile* Q_1 est la plus petite valeur de la série telle qu'au moins 25% des valeurs de la série lui soient inférieures ou égales.
- Le *troisième quartile* Q_3 est la plus petite valeur de la série telle qu'au moins 75% des valeurs de la série lui soient inférieures ou égales.
- L'*intervalle inter-quartile* est l'intervalle $[Q_1 \; ; \; Q_3]$.
- L'*écart inter-quartile* est le réel $Q_3 - Q_1$.

EXEMPLE

- Série de notes

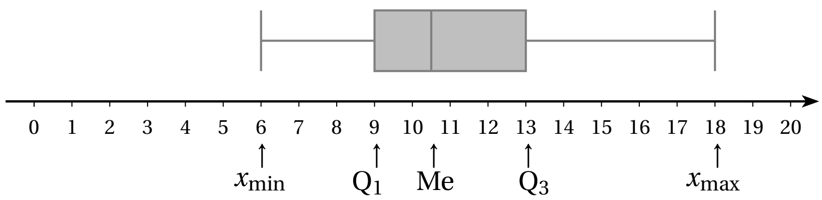
6 7 8 **9** 10 10 10 11 11 12 **13** 14 16 18

On a : 25 % de $n = \frac{1}{4} \times 14 = 3{,}5$. Donc le premier quartile Q_1 est la valeur de rang 4.
On a : $Q_1 = a_4 = 9$.
On a : 75 % de $n = \frac{3}{4} \times 14 = 10{,}5$. Donc le troisième quartile Q_3 est la valeur de rang 11.
On a : $Q_3 = a_{11} = 13$.
L'écart inter-quartile est donné par : $Q_3 - Q_1 = 13 - 9 = 4$.

c. Diagramme en boîtes

EXEMPLE

- Série de notes



§ 3. Variance et écart-type

DÉFINITION

On considère une série statistique $(x_i\ ;\ n_i)$.

- La *variance* V de la série est donnée par l'une des formules équivalentes :

$$V = \frac{\sum n_i \left(x_i - \overline{x}\right)^2}{n}$$
$$V = \frac{\sum n_i x_i^2}{n} - \overline{x}^2$$

- L'*écart-type* σ de la série est la racine carrée de la variance :

$$\sigma = \sqrt{V}$$

EXEMPLE

- Entreprise

On a : $V = \dfrac{70 \times 1\,500^2 + 20 \times 2\,000^2 + 10 \times 2\,500^2}{100} - 1\,700^2 = 111\,000$.
On a : $\sigma = \sqrt{111\,000} \simeq 331{,}66$.

CHAPITRE 7

FONCTIONS USUELLES

CONNAISSANCES ET CAPACITÉS

- Fonctions linéaires et fonctions affines.
- Fonctions carré.
- Fonction inverse.
- Fonction racine carrée.
- Fonction cube.

- Donner le sens de variation d'une fonction affine.
- Donner le tableau de signes de $ax+b$.
- Connaître et exploiter les variations et les représentations graphiques des fonctions carré, racine carrée, cube et inverse.

§ 1. Fonctions affines

a. Fonction linéaire, fonction affine

DÉFINITION

- Une *fonction linéaire* est une fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par l'expression :

$$f(x) = ax$$

  où a est un réel donné.
- Une *fonction affine* est une fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par l'expression :

$$f(x) = ax + b$$

  où a et b sont deux réels donnés.
- Le réel a s'appelle le *coefficient directeur*.
- le réel b s'appelle l'*ordonnée à l'origine*.

b. Sens de variations

PROPRIÉTÉ

Soient a et b deux réels et f la fonction affine définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = ax + b$.

- Si $a \geqslant 0$, alors la fonction f est croissante sur $\mathbb{R}$.
- Si $a \leqslant 0$, alors la fonction f est décroissante sur $\mathbb{R}$.

c. Représentation graphique

PROPRIÉTÉ

La représentation graphique d'une fonction affine dans un repère (O ; I, J) est une droite.

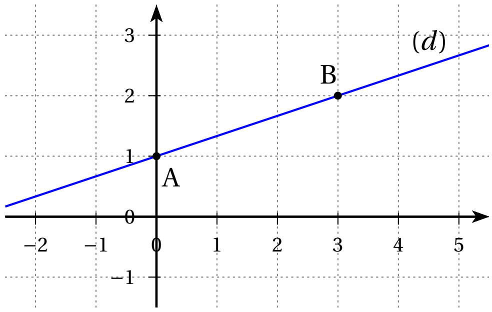
EXEMPLE

- Soit f la fonction affine définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = \frac{1}{3}x + 1$.

  On choisit deux valeurs de x et on calcule leur image par f :

x	0	3
$f(x)$	1	2

  La courbe de f est la droite (d) passant par les points A(0 ; 1) et B(3 ; 2).



d. Tableau de signes de $ax + b$

PROPRIÉTÉ

Soient a et b deux réels, avec $a \neq 0$.

- Si $a > 0$:

x	$-\infty$		$-\frac{b}{a}$		$+\infty$
$ax+b$		$-$	0	$+$	

- Si $a < 0$:

x	$-\infty$		$-\frac{b}{a}$		$+\infty$
$ax+b$		$+$	0	$-$	

EXEMPLE

- $-\frac{2}{3}x + 2$

  On calcule d'abord $-\frac{b}{a}$ en résolvant l'équation $-\frac{2}{3}x + 2 = 0$:

$$-\frac{2}{3}x + 2 = 0 \Leftrightarrow -\frac{2}{3}x = -2 \Leftrightarrow x = -\frac{3}{2} \times (-2) \Leftrightarrow x = 3$$

  Puisque $a < 0$, alors, d'après la **PROPRIÉTÉ** :

x	$-\infty$		3		$+\infty$
$f(x)$		$+$	0	$-$	

§ 2. Fonction carré

a. Fonction carré

DÉFINITION

La *fonction carré* est la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par :

$$f(x) = x^2$$

EXEMPLE

- $f(0{,}1) = 0{,}1^2 = 0{,}01$.
- $f\left(\dfrac{2}{3}\right) = \left(\dfrac{2}{3}\right)^2 = \dfrac{4}{9}$.
- $f(-5) = (-5)^2 = 25$.

b. Sens de variations

PROPRIÉTÉ

La fonction carré est décroissante sur l'intervalle $]-\infty\,;\,0]$ et croissante sur l'intervalle $[0\,;\,+\infty[$.

x	$-\infty$		0		$+\infty$
x^2		$\searrow$	0	$\nearrow$	

COROLLAIRE

Le réel 0 est le minimum de la fonction carré, atteint en 0.

x	$-\infty$		0		$+\infty$
x^2		$+$	0	$+$	

c. Représentation graphique

PROPRIÉTÉ

La courbe représentative de la fonction carré dans un repère orthogonal (O ; I, J) est une *parabole* de sommet O et d'axe de symétrie l'axe des ordonnées.

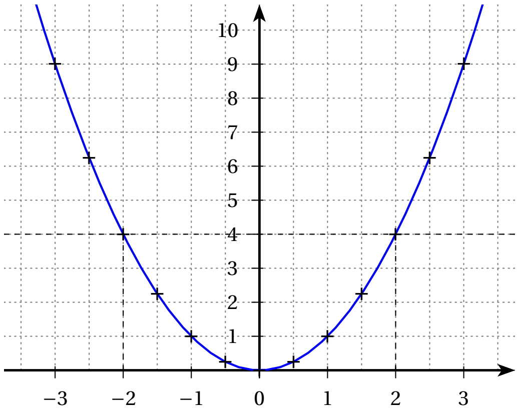
MÉTHODE

On dresse un tableau de valeurs :

x	0	0,5	1	1,5	2	2,5	3
$f(x)$	0	0,25	1	2,25	4	6,25	9

On place dans un repère orthogonal les points de coordonnées $\big(x\,;\,f(x)\big)$ obtenus par le tableau de valeurs ainsi que leur symétrique par rapport à l'axe des ordonnées.

MÉTHODE



EXERCICE

Utiliser le graphique précédent pour résoudre l'inéquation $x^2 \geqslant 4$.

SOLUTION

Les solutions de l'inéquation $x^2 \geqslant 4$ sont les abscisses des points de la parabole d'ordonnée supérieure ou égale à 4 :

$$x^2 \geqslant 4 \Leftrightarrow x \in]-\infty\,;\,-2] \cup [2\,;\,+\infty[$$

§ 3. Fonction inverse

a. Fonction inverse

DÉFINITION

La *fonction inverse* est la fonction f définie sur $]-\infty\,;\,0[\,\cup\,]0\,;\,+\infty[$ par :

$$f(x) = \frac{1}{x}$$

EXEMPLE

- $f(4) = \dfrac{1}{4} = 0{,}25$.
- $f\left(\dfrac{2}{3}\right) = \dfrac{3}{2} = 1{,}5$.
- $f(-5) = \dfrac{1}{-5} = -0{,}2$.

b. Sens de variations

PROPRIÉTÉ

La fonction inverse est décroissante sur chacun des intervalles de son ensemble de définition.

x	$-\infty$	0	$+\infty$
$\dfrac{1}{x}$	$\searrow$	$\Vert$	$\searrow$

c. Représentation graphique

PROPRIÉTÉ

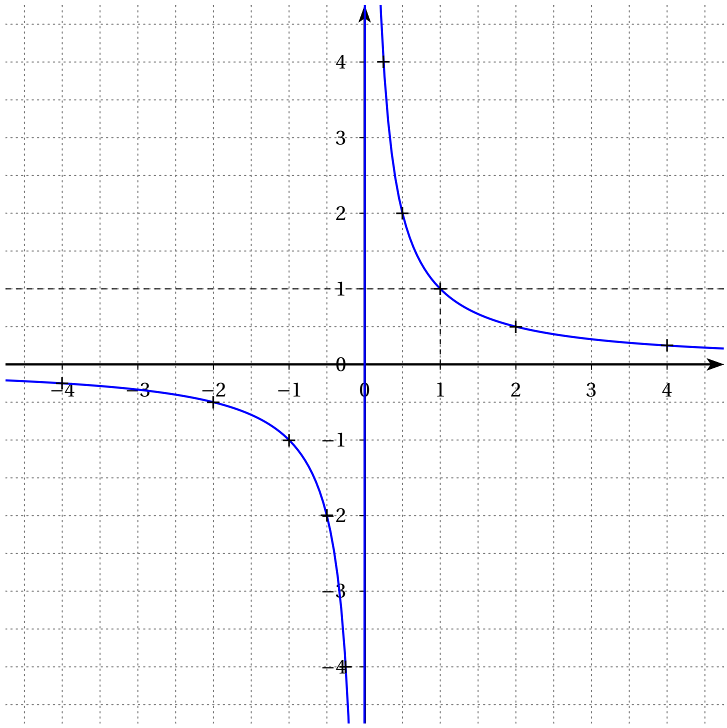
La courbe représentative de la fonction inverse dans un repère (O ; I, J) est une *hyperbole* de centre de symétrie l'origine O.

MÉTHODE

On dresse un tableau de valeurs :

x	0,25	0,5	1	2	4
$f(x)$	4	2	1	0,5	0,25

On place dans un repère les points de coordonnées $(x\,;\,f(x))$ obtenus par le tableau de valeurs ainsi que leur symétrique par rapport à l'origine du repère.



EXERCICE

Utiliser le graphique précédent pour résoudre l'inéquation $\dfrac{1}{x} \leqslant 1$.

SOLUTION

Les solutions de l'inéquation $\dfrac{1}{x} \leqslant 1$ sont les abscisses des points de l'hyperbole d'ordonnée inférieure ou égale à 1 :

$$\frac{1}{x} \leqslant 1 \Leftrightarrow x \in \left]-\infty\,;\,0\right[\cup \left[1\,;\,+\infty\right[$$

§ 4. Fonction racine carrée

a. Fonction racine carrée

DÉFINITION

La *fonction racine carrée* est la fonction f définie sur $[0\,;\,+\infty[$ par :

$$f(x) = \sqrt{x}$$

EXEMPLE

- $f(81) = \sqrt{81} = 9$.
- $f\left(\dfrac{9}{4}\right) = \sqrt{\dfrac{9}{4}} = \dfrac{3}{2}$.
- $f(2) = \sqrt{2} \simeq 1{,}41$.

b. Sens de variations

PROPRIÉTÉ

La fonction racine carrée est croissante sur l'intervalle $[0\,;\,+\infty[$.

c. Représentation graphique

PROPRIÉTÉ

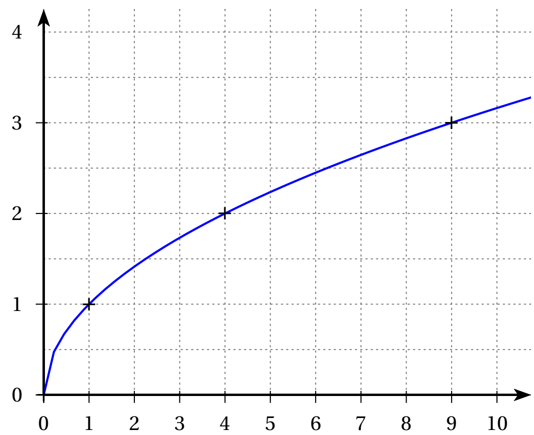
La courbe représentative de la fonction racine carrée dans un repère orthogonal $(\mathrm{O}\,;\,\mathrm{I},\,\mathrm{J})$ est une portion de parabole.

MÉTHODE

On dresse un tableau de valeurs :

x	0	1	4	9
$f(x)$	0	1	2	3

On place dans un repère les points de coordonnées $\big(x\,;\,f(x)\big)$ obtenus par le tableau de valeurs.



§ 5. Fonction cube

a. Fonction cube

DÉFINITION

La *fonction cube* est la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par :

$$f(x) = x^3$$

EXEMPLE

- $f(2) = 2^3 = 8$.
- $f\left(\dfrac{2}{3}\right) = \left(\dfrac{2}{3}\right)^3 = \dfrac{8}{27}$.
- $f(-4) = (-4)^3 = -64$.

b. Sens de variations

PROPRIÉTÉ

La fonction cube est croissante sur $\mathbb{R}$.

c. Représentation graphique

PROPRIÉTÉ

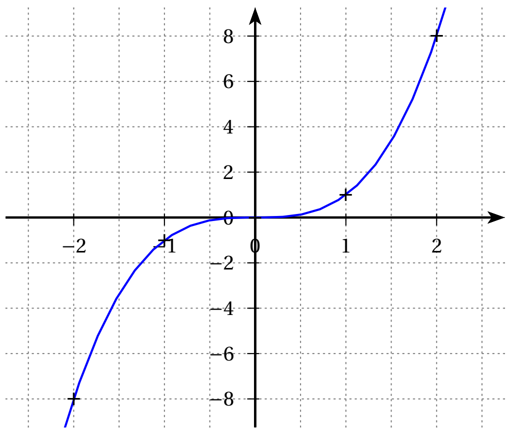
La courbe représentative de la fonction cube dans un repère (O ; I, J) est une cubique de centre de symétrie l'origine O.

MÉTHODE

On dresse un tableau de valeurs :

x	0	1	2
$f(x)$	0	1	8

On place dans un repère les points de coordonnées $\left(x\ ;\ f(x)\right)$ obtenus par le tableau de valeurs ainsi que leur symétrique par rapport à l'origine du repère.



CHAPITRE
8

PROBABILITÉS

CONNAISSANCES ET CAPACITÉS

- Univers, issues.
- Loi de probabilité.
- Événements.
- Probabilité d'un événement.
- Réunion, intersection, complémentaire.
- Relation $p(\mathrm{A} \cup \mathrm{B}) + p(\mathrm{A} \cap \mathrm{B}) = p(\mathrm{A}) + p(\mathrm{B})$.
- Dénombrements à l'aide de tableaux et d'arbres.

- Utiliser des modèles de référence : dé, pièce équilibrée...
- Construire un modèle à partir de fréquences observées.
- Calculer des probabilités dans des cas simples : expérience aléatoire à deux ou trois épreuves.

§ 1. Probabilités

a. Univers

DÉFINITION

- Une *expérience aléatoire* est une expérience qui conduit à des résultats sans que l'on puisse déterminer lequel sera réalisé.
- Le résultat d'une expérience aléatoire est appelé une *issue*.
- L'ensemble des issues, noté Ω, est appelé l'*univers*.

EXEMPLE

- Dé non pipé

  On lance un dé parfaitement équilibré numéroté de 1 à 6.

  On note le numéro obtenu.

  On a : $\Omega = \{1 ; 2 ; 3 ; 4 ; 5 ; 6\}$.

- Boules de couleur

  On tire une boule au hasard dans une urne contenant 4 boules bleues, 2 boules jaunes et 1 boule verte.

  On note la couleur de la boule tirée.

  On a : $\Omega = \{b ; j ; v\}$.

b. Loi de probabilité

DÉFINITION

On note $\Omega = \{e_1 ; \dots ; e_n\}$ l'univers associé à une expérience aléatoire.

On définit une *loi de probabilité* sur Ω lorsqu'on associe à chaque issue e_i un réel positif ou nul $p(e_i)$ appelé la *probabilité* de l'issue e_i, de telle sorte que :

$$\sum_{i=1}^{n} p(e_i) = 1$$

PROPRIÉTÉ

Dans une situation d'équiprobabilité sur Ω, on a :

$$p(e_1) = \dots = p(e_n) = \frac{1}{n}$$

EXEMPLE

- Dé non pipé
  Le dé étant parfaitement équilibré, on conçoit une situation d'équiprobabilité.
  On définit sur $\Omega = \{1 ; 2 ; 3 ; 4 ; 5 ; 6\}$ la loi de probabilité :

Issue e_i	1	2	3	4	5	6
Probabilité $p(e_i)$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$

- Boules de couleur
  On définit sur $\Omega = \{b ; j ; v\}$ la loi de probabilité :

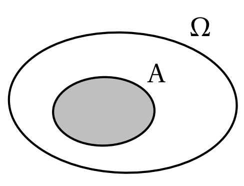
Issue e_i	b	j	v
Probabilité $p(e_i)$	$\frac{4}{7}$	$\frac{2}{7}$	$\frac{1}{7}$

c. Événement

DÉFINITION

On considère un univers Ω.

- On appelle *événement* toute partie A de Ω.
- On appelle *événement élémentaire* tout événement à une seule issue.
- L'univers Ω est appelé l'*événement certain*.
- L'ensemble vide $\emptyset$ à zéro issue est appelé l'*événement impossible*.



d. Probabilité d'un événement

DÉFINITION

On considère une loi de probabilité sur un univers $\Omega = \{e_1\ ;\ \ldots\ ;\ e_n\}$ et un événement A.
La *probabilité de l'événement* A, notée $p(\mathrm{A})$, est la somme des probabilités des issues de A.

EXEMPLE

- Boules de couleur
  Soit A l'événement : « la boule tirée est une couleur primaire ».
  On a : $\mathrm{A} = \{b\ ;\ j\}$ et $p(\mathrm{A}) = p(b) + p(j) = \frac{4}{7} + \frac{2}{7} = \frac{6}{7}$.

PROPRIÉTÉ

Dans une situation d'équiprobabilité sur Ω, on a :

$$p(\mathrm{A}) = \frac{\text{nombre d'issues de A}}{\text{nombre d'issues de } \Omega} = \frac{\textit{cas favorables}}{\textit{cas possibles}}$$

EXEMPLE

- Dé non pipé
  Soit A l'événement : « le numéro est un multiple de 3 ».
  On a : $\mathrm{A} = \{3\ ;\ 6\}$ et $p(\mathrm{A}) = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$.

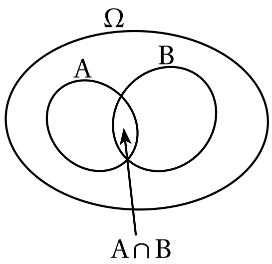
§ 2. Calculs de probabilités

a. Intersection de 2 événements

DÉFINITION

On considère une loi de probabilité sur Ω et deux événements A et B.

L'*événement intersection* de A et de B, noté $\mathrm{A} \cap \mathrm{B}$, est la partie de Ω constituée des issues qui sont **à la fois** dans les deux événements A **et** B.



EXEMPLE

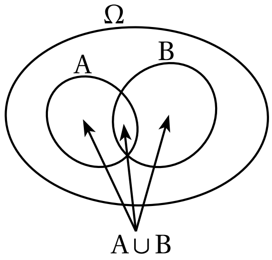
- Dé non pipé
  Soit A l'événement : « le numéro est un multiple de 3 ».
  Soit B l'événement : « le numéro est supérieur ou égal à 4 ».
  On a : $\mathrm{A} = \{3\ ;\ \mathbf{6}\}$; $\mathrm{B} = \{4\ ;\ 5\ ;\ \mathbf{6}\}$; $\mathrm{A} \cap \mathrm{B} = \{\mathbf{6}\}$ et $p(\mathrm{A} \cap \mathrm{B}) = \frac{1}{6}$.

b. Réunion de 2 événements

DÉFINITION

On considère une loi de probabilité sur Ω et deux événements A et B.

L'*événement réunion* de A et de B, noté $A \cup B$, est la partie de Ω constituée des issues qui sont **au moins** dans l'un des deux événements A **ou** B.



EXEMPLE

- Dé non pipé
  Soit A l'événement : « le numéro est un multiple de 3 ».
  Soit B l'événement : « le numéro est supérieur ou égal à 4 ».
  On a : $A = \{\mathbf{3}\ ;\ \mathbf{6}\}$; $B = \{\mathbf{4}\ ;\ \mathbf{5}\ ;\ \mathbf{6}\}$; $A \cup B = \{\mathbf{3}\ ;\ \mathbf{4}\ ;\ \mathbf{5}\ ;\ \mathbf{6}\}$ et $p(A \cup B) = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$.

PROPRIÉTÉ

Pour n'importe quels événements A et B :

$$p(A \cup B) = p(A) + p(B) - p(A \cap B)$$

EXEMPLE

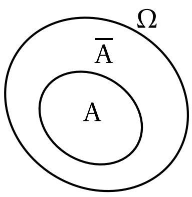
- Dé non pipé
  Soit A l'événement : « le numéro est un multiple de 3 ».
  Soit B l'événement : « le numéro est supérieur ou égal à 4 ».
  On a bien $p(A \cup B) = p(A) + p(B) - p(A \cap B)$ car $\frac{4}{6} = \frac{2}{6} + \frac{3}{6} - \frac{1}{6}$.

c. Événement complémentaire

DÉFINITION

On considère une loi de probabilité sur Ω et un événement A.

L'*événement complémentaire* de A, noté $\overline{A}$, est la partie de Ω constituée des issues qui ne sont pas dans A.



PROPRIÉTÉ

Pour n'importe quel événement A :

$$p(A) + p(\overline{A}) = 1$$

CHAPITRE 9

ÉQUATIONS DE DROITES ET SYSTÈMES

CONNAISSANCES ET CAPACITÉS

- La droite comme représentation graphique d'une fonction affine.
- Équations cartésiennes d'une droite.
- Équation réduite.
- Pente (ou coefficient directeur) d'une droite non parallèle à l'axe des ordonnées.
- Droites parallèles, droites sécantes.
- Systèmes linéaires de deux équations à deux inconnues.

- Interpréter graphiquement la pente d'une droite.
- Établir que trois points sont alignés, non alignés.
- Déterminer une équation de droite à partir de deux de ses points.
- Tracer une droite donnée par une équation cartésienne.
- Déterminer si deux droites sont parallèles ou sécantes.
- Résoudre un système linéaire de deux équations à deux inconnues. Interpréter géométriquement.

§ 1. Équations de droites

a. Équation cartésienne d'une droite

EXEMPLE

- Croissants et chocolatines

  J'achète 4 croissants et 2 chocolatines pour 8 € sans connaître les prix à l'unité.

  En notant x le prix d'un croissant et y le prix d'une chocolatine, le couple $(x\,;\,y)$ vérifie l'équation :

$$4x+2y=8$$

En divisant le nombre de viennoiseries par deux, on obtient l'équation :

$$2x+y=4$$

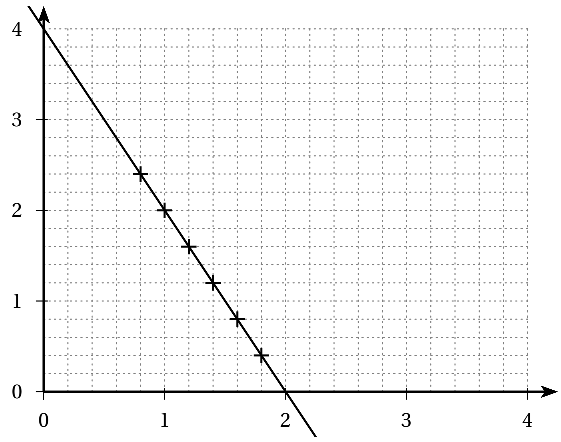
En exprimant y en fonction de x, on obtient l'équation :

$$y=-2x+4$$

On a le tableau de valeurs :

x (en €)	0,80	1,00	1,20	1,40	1,60	1,80
y (en €)	2,40	2,00	1,60	1,20	0,80	0,40

Dans un repère (O ; I, J), les points de coordonnées $(x\ ;\ y)$ sont sur une même droite, la représentation graphique de la fonction affine f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = -2x+4$:



PROPRIÉTÉ

On considère trois réels a, b et c tels que a et b ne soient pas tous les deux nuls.

Dans un repère (O ; I, J), l'ensemble des points M dont les coordonnées $(x\ ;\ y)$ vérifient l'équation $ax+by=c$ est une droite (d).

THÉORÈME

Dans les conditions précédentes,

Pour qu'un point M appartienne à la droite (d), il faut et il suffit que ses coordonnées $(x\ ;\ y)$ vérifient l'équation $ax+by=c$.

DÉFINITION

L'équation $ax+by=c$ s'appelle une *équation cartésienne* de la droite (d).

b. Équation réduite d'une droite

REMARQUE

On considère l'équation cartésienne $ax+by=c$.

Lorsque $b \neq 0$, on peut exprimer y en fonction de x :

$$ax+by=c \Leftrightarrow by=-ax+c \Leftrightarrow y=mx+p \text{ avec } m=-\frac{a}{b} \text{ et } p=\frac{c}{b}$$

La fonction f qui à x associe y est une fonction affine.

DÉFINITION

- L'équation $y=mx+p$ s'appelle l'*équation réduite* de la droite (d).
- Le réel m s'appelle la *pente* ou le *coefficient directeur* de la droite (d).
- Le réel p s'appelle l'*ordonnée à l'origine* de la droite (d).

EXERCICE

Tracer dans un repère la droite (d) d'équation cartésienne : $-x+2y=2$.

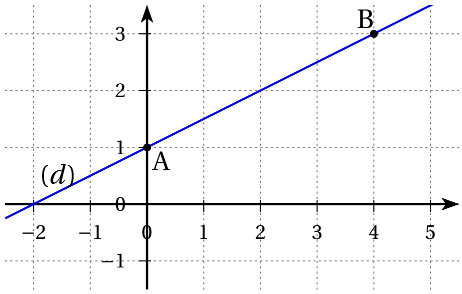
SOLUTION

L'équation $-x+2y=2$ équivaut à $y=\frac{1}{2}x+1$.

On choisit deux valeurs de x et on calcule y pour que les couples $(x\ ;\ y)$ soient solution de l'équation :

x	0	4
y	1	3

La droite (d) passant par A (0 ; 1) et B (4 ; 3).

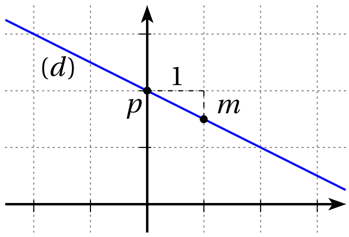


c. Interprétation géométrique des paramètres

REMARQUE

Dans un repère, soit (d) la droite d'équation réduite $y=mx+p$.

- Le réel m est égal à la différence entre les ordonnées de deux points de la droite (d) dont la différence entre les abscisses est égale à 1.
- Le réel p est égal à l'ordonnée du point d'intersection de la droite (d) et de l'axe des ordonnées.



Cette **REMARQUE** permet de tracer « rapidement » une droite.

d. Détermination de l'équation réduite d'une droite

PROPRIÉTÉ

On considère deux points A $(x_A\ ;\ y_A)$ et B $(x_B\ ;\ y_B)$ d'un repère avec $x_A \neq x_B$.

Le coefficient directeur m de la droite (AB) est donné par la formule :

$$m=\frac{\Delta y}{\Delta x}=\frac{y_B-y_A}{x_B-x_A}$$

EXERCICE

Trouver l'équation réduite de la droite (d) passant par les points A (1 ; 5) et B (6 ; 2) d'un repère.

SOLUTION

On détermine le coefficient directeur m à l'aide de la **PROPRIETE** :

$$m=\frac{\Delta y}{\Delta x}=\frac{y_B-y_A}{x_B-x_A}=\frac{2-5}{6-1}=-\frac{3}{5}$$

On détermine l'ordonnée à l'origine p à l'aide des coordonnées de A (ou de B) :

$$\text{A} \in (d) \Leftrightarrow y_A=mx_A+p \Leftrightarrow p=y_A-mx_A=5+\frac{3}{5}\times 1=\frac{28}{5}$$

Conclusion : L'équation réduite de (d) est $y=-\frac{3}{5}x+\frac{28}{5}$.

e. Parallélisme de droites

PROPRIÉTÉ

- Une droite d'équation cartésienne $y = c$ est parallèle à l'axe des abscisses.
- Une droite d'équation cartésienne $x = c$ est parallèle à l'axe des ordonnées.
- Pour que deux droites (d) et (d'), d'équations respectives $y = mx + p$ et $y = m'x + p'$ soient parallèles, il faut et il suffit que $m = m'$.

  Autrement dit, (d) et (d') ont le même coefficient directeur.

§ 2. Systèmes linéaires de deux équations à deux inconnues

DÉFINITION

- Un *systèmes linéaires de deux équations à deux inconnues* est un système de la forme :

$$\begin{cases} ax + by = c & (\mathbf{E}_1) \\ a'x + b'y = c' & (\mathbf{E}_2) \end{cases}$$

- *Résoudre* un système linéaires de 2 équations à 2 inconnues, c'est trouver tous les couples $\left(x\ ;\ y\right)$ vérifiant simultanément les deux équations $(\mathbf{E}_1)$ et $(\mathbf{E}_2)$.

EXERCICE

Résoudre le système de 2 équations à 2 inconnues (S) : $\begin{cases} 3x - y = 5 & (\mathbf{E}_1) \\ 2x + 3y = 7 & (\mathbf{E}_2) \end{cases}$.

a. Résolution par combinaison

SOLUTION

- On combine $3 \times (\mathbf{E}_1) + (\mathbf{E}_2)$ pour éliminer y :

$$\begin{aligned} 3 \times (\mathbf{E}_1) + (\mathbf{E}_2) &\Leftrightarrow (9x - 3y) + (2x + 3y) = 15 + 7 \\ &\Leftrightarrow 9x - 3y + 2x + 3y = 22 \\ &\Leftrightarrow 11x = 22 \\ &\Leftrightarrow x = 2 \end{aligned}$$

- On combine $3 \times (\mathbf{E}_2) - 2 \times (\mathbf{E}_1)$ pour éliminer x :

$$\begin{aligned} 3 \times (\mathbf{E}_2) - 2 \times (\mathbf{E}_1) &\Leftrightarrow (6x + 9y) - (6x - 2y) = 21 - 10 \\ &\Leftrightarrow 6x + 9y - 6x + 2y = 11 \\ &\Leftrightarrow 11y = 11 \\ &\Leftrightarrow y = 1 \end{aligned}$$

- Vérification : $\begin{cases} 3 \times 2 - 1 = 6 - 1 = 5 \\ 2 \times 2 + 3 \times 1 = 4 + 3 = 7 \end{cases}$.
- Conclusion : La solution du système (S) est le couple $(2\ ;\ 1)$.

b. Résolution par substitution

SOLUTION

- On exprime y en fonction de x dans $(\mathbf{E}_1)$:

$$3x - y = 5 \Leftrightarrow -y = -3x + 5 \Leftrightarrow y = 3x - 5$$

- On remplace y par son expression en fonction de x dans $(\mathbf{E}_2)$:

$$2x + 3y = 7 \Leftrightarrow 2x + 3(3x - 5) = 7 \Leftrightarrow 2x + 9x - 15 = 7 \Leftrightarrow 11x = 22 \Leftrightarrow x = 2$$

- On remplace x par sa valeur dans $(\mathbf{E}_1)$:

$$y = 3x - 5 = 3 \times 2 - 5 = 6 - 5 = 1$$

c. Résolution graphique

SOLUTION

- $(\mathbf{E}_1)$ et $(\mathbf{E}_2)$ sont les équations de deux droites (d_1) et (d_2) :

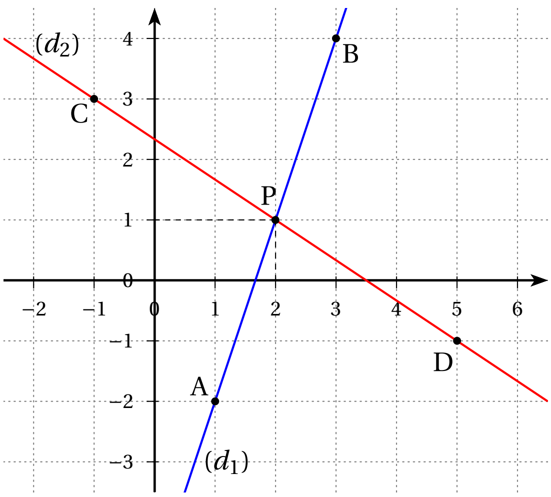
$$(d_1) : 3x - y = 5 \Leftrightarrow -y = -3x + 5 \Leftrightarrow y = 3x - 5$$
$$(d_2) : 2x + 3y = 7 \Leftrightarrow 3y = -2x + 7 \Leftrightarrow y = -\frac{2}{3}x + \frac{7}{3}$$

- On trace (d_1) et (d_2) :

x	1	3
y	-2	4

x	-1	5
y	3	-1

La droite (d_1) passe par A $(1\ ;\ -2)$ et B $(3\ ;\ 4)$ et la droite (d_2) passe par C $(-1\ ;\ 3)$ et D $(5\ ;\ -1)$.



- Les coordonnées du point d'intersection P des droites (d_1) et (d_2) forment la solution du système (S).

  Graphiquement, on lit : P $(2\ ;\ 1)$.

CHAPITRE

10

FLUCTUATION D'ÉCHANTILLONNAGE ET ESTIMATION

CONNAISSANCES ET CAPACITÉS

- Échantillon aléatoire de taille n pour une épreuve de Bernoulli de paramètre p donné.
- Version vulgarisée de la loi des grands nombres : « Lorsque n est grand, sauf exception, la fréquence observée est proche de la probabilité ».
- Principe de l'estimation d'une probabilité, ou d'une proportion dans une population, par une fréquence observée sur un échantillon.

§ 1. Fluctuation d'échantillonnage

a. Simulation

CADRE

- On dispose d'une urne contenant des boules blanches et des boules noires.

  On sait que la proportion de boules blanches est $p = 0{,}4$.

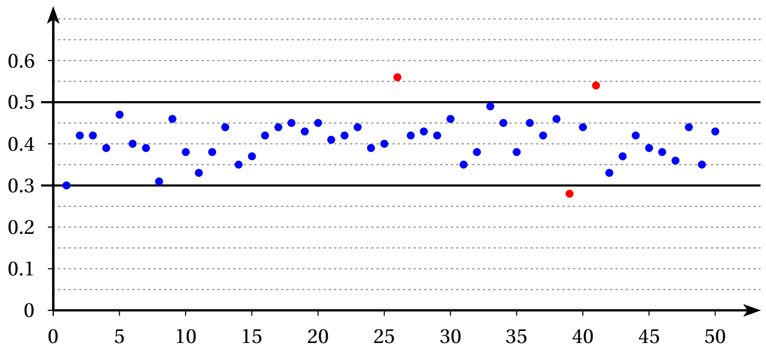
  On tire successivement et avec remise $n = 100$ boules.

  On note X_{100} le nombre de boules blanches tirées et $F_{100} = \dfrac{X_{100}}{100}$ la fréquence de boules blanches dans l'échantillon de taille n.

  On veut estimer F_{100} au seuil $s = 95\%$, c'est à dire au risque $\alpha = 5\%$.

EXPÉRIENCE

- On simule 50 fois un échantillon de taille $n = 100$ et on note les fréquences F_{100} de boules blanches observées.



On remarque que $\dfrac{47}{50} = 94\%$ des fréquences sont dans l'intervalle $[0{,}30~;~0{,}50]$.

b. Intervalle de fluctuation au seuil de 95%

PROPRIÉTÉ

Dans les conditions précédentes :
Si $n \geqslant 25$ et $0{,}2 \leqslant p \leqslant 0{,}8$, alors environ 95% des fréquences de boules blanches appartiennent à l'intervalle $\left[p - \frac{1}{\sqrt{n}}\ ;\ p + \frac{1}{\sqrt{n}}\right]$.

DÉFINITION

L'intervalle $\left[p - \frac{1}{\sqrt{n}}\ ;\ p + \frac{1}{\sqrt{n}}\right]$ de la **PROPRIÉTÉ** s'appelle l'*intervalle de fluctuation au seuil de* 95% de la fréquence F_n.

c. Prise de décision

CADRE

- On dispose d'une urne contenant des boules blanches et des boules noires.
  On suppose que la proportion de boules blanches est p
  On tire successivement et avec remise n boules.
  On note X_n le nombre de boules blanches tirées et $F_n = \frac{X_n}{n}$ la fréquence de boules blanches dans l'échantillon de taille n.
  On veut valider ou invalider la supposition faite sur p.

PROPRIÉTÉ

Soit I_n l'intervalle de fluctuation au seuil de 95%.
- Si $F_n \in I_n$, alors on accepte la supposition faite sur la proportion p.
- Si $F_n \notin I_n$, alors on rejette la supposition faite sur la proportion p.

§ 2. Estimation

a. Estimation

CADRE

- On dispose d'une urne contenant des boules blanches et des boules noires.
  On ne connaît pas la proportion p de boules blanches.
  On tire successivement et avec remise n boules.
  On note X_n le nombre de boules blanches tirées et $F_n = \frac{X_n}{n}$ la fréquence de boules blanches dans l'échantillon de taille n.
  On veut estimer p.

PROPRIÉTÉ

Pour n suffisamment grand, $p \in J_n = \left[F_n - \frac{1}{\sqrt{n}}\ ;\ F_n + \frac{1}{\sqrt{n}}\right]$ avec une probabilité supérieure ou égale à 0,95.

b. Intervalle de confiance

DÉFINITION

L'intervalle $\left[F_n - \frac{1}{\sqrt{n}}\ ;\ F_n + \frac{1}{\sqrt{n}}\right]$ de la **PROPRIÉTÉ** s'appelle l'*intervalle de confiance* de la proportion p au *niveau de confiance* 0,95.

ANNEXE

A

ENSEMBLES DE NOMBRES

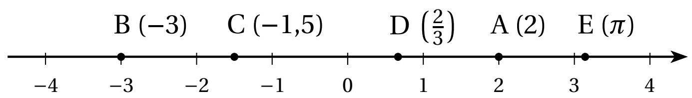
CONNAISSANCES ET CAPACITÉS

- Connaître les notations des ensembles de nombres.
- Connaître les notations des intervalles.
- Connaître la notion d'élément d'un ensemble et le symbole $\in$.
- Connaître la notion de sous-ensemble et le symbole $\subset$.
- Connaître la notion d'intersection et le symbole $\cap$.
- Connaître la notion de réunion et le symbole $\cup$.

§ 1. Ensemble des nombres réels

NOTATION

- On note $\mathbb{R}$ l'ensemble des *nombres réels*, c'est à dire l'ensemble des abscisses des points d'une droite graduée.



- On note $\mathbb{N}$ l'ensemble des *entiers naturels*.
- On note $\mathbb{Z}$ l'ensemble des *entiers relatifs*.
- On note $\mathbb{D}$ l'ensemble des *nombres décimaux*.
- On note $\mathbb{Q}$ l'ensemble des *nombres rationnels*.
- On note $\mathbb{R} \setminus \mathbb{Q}$ l'ensemble des *nombres irrationnels*.

EXEMPLE

- $2 \in \mathbb{N}$
- $-3 \in \mathbb{Z}$
- $-1,5 \in \mathbb{D}$
- $\frac{2}{3} \in \mathbb{Q}$
- $\pi \in \mathbb{R} \setminus \mathbb{Q}$

PROPRIÉTÉ

Les sous-ensembles $\mathbb{N}$, $\mathbb{Z}$, $\mathbb{D}$ et $\mathbb{Q}$ de l'ensemble $\mathbb{R}$ sont *inclus* les uns dans les autres selon l'ordre suivant :

$$\mathbb{N} \subset \mathbb{Z} \subset \mathbb{D} \subset \mathbb{Q}$$

Autrement dit :

- Si $x \in \mathbb{N}$, alors $x \in \mathbb{Z}$
- Si $x \in \mathbb{Z}$, alors $x \in \mathbb{D}$
- Si $x \in \mathbb{D}$, alors $x \in \mathbb{Q}$

§ 2. Intervalles de $\mathbb{R}$

a. Intervalles bornés

NOTATION

On considère deux réels a et b tels que $a \leqslant b$. On note :
- $[a\,;\,b]$ l'ensemble des réels x tels que $a \leqslant x \leqslant b$.
- $[a\,;\,b[$ l'ensemble des réels x tels que $a \leqslant x < b$.
- $]a\,;\,b]$ l'ensemble des réels x tels que $a < x \leqslant b$.
- $]a\,;\,b[$ l'ensemble des réels x tels que $a < x < b$.

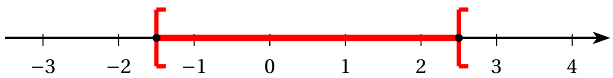
DÉFINITION

- Les ensembles précédents forment les *intervalles bornés* de $\mathbb{R}$.
- Les réels a et b s'appellent les *bornes*.
- L'intervalle $[a\,;\,b]$ est dit *fermé*.
- L'intervalle $]a\,;\,b[$ est dit *ouvert*.
- Les intervalles $[a\,;\,b[$ et $]a\,;\,b]$ sont dits *semi-ouverts*.

EXEMPLE

- L'intervalle $\mathrm{I} = [-1{,}5\,;\,2{,}5[$.

  On représente l'intervalle I sur une droite graduée par un segment *semi-ouvert*.



On a par exemple :

- $-1{,}5 \in \mathrm{I}$
- $0 \in \mathrm{I}$
- $2{,}499 \in \mathrm{I}$
- $2{,}5 \notin \mathrm{I}$

b. Intervalles non bornés

NOTATION

On considère un réel a. On note :
- $[a\,;\,+\infty[$ l'ensemble des réels x tels que $x \geqslant a$.
- $]a\,;\,+\infty[$ l'ensemble des réels x tels que $x > a$.
- $]-\infty\,;\,a]$ l'ensemble des réels x tels que $x \leqslant a$.
- $]-\infty\,;\,a[$ l'ensemble des réels x tels que $x < a$.

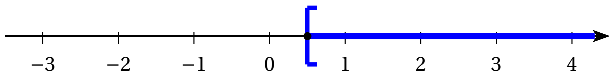
DÉFINITION

Les ensembles précédents forment les *intervalles non bornés* de $\mathbb{R}$.

EXEMPLE

- L'intervalle J = [0,5 ; $+\infty$[.

  On représente l'intervalle J sur une droite graduée par un demi-droite.



On a par exemple :

- $0 \notin J$
- $0{,}499 \notin J$
- $0{,}5 \in J$
- $1\,000\,000 \in J$

c. Intersection et réunion de deux intervalles

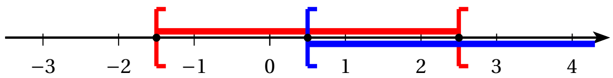
DÉFINITION

On considère deux intervalles I et J.

- L'*intersection* de I et de J, notée $I \cap J$, est l'ensemble des réels x qui appartiennent **à la fois** aux deux intervalles I **et** J.
- La *réunion* de I et de J, notée $I \cup J$, est l'ensemble des réels x qui appartiennent **à au moins** un des intervalles I **ou** J.

EXEMPLE

- Les intervalles I = [−1,5 ; 2,5[et J = [0,5 ; $+\infty$[.



On a : $I \cap J$ = [0,5 ; 2,5[. Ce sont les réels « en rouge » et « en bleu ».

On a : $I \cup J$ = [−1,5 ; $+\infty$[. Ce sont les réels « en rouge » ou « en bleu » ou « les deux ».

ANNEXE

B

ALGORITHMIQUE ET PROGRAMMATION

CONNAISSANCES ET CAPACITÉS

- Variables informatiques de type entier, flottant, chaîne de caractère.
- Affectation « $\leftarrow$ » ou « = ».
- Séquence d'instructions.
- Instruction conditionnelle.
- Boucle bornée.
- Boucle non bornée.

- Choisir ou déterminer le type d'une variable.
- Concevoir et écrire une instruction d'affectation.
- Concevoir et écrire une séquence d'instructions.
- Concevoir et écrire une instruction conditionnelle.
- Écrire une formule permettant un calcul combinant des variables.
- Programmer une boucle bornée.
- Programmer une boucle non bornée.
- Lire et comprendre un algorithme ou un programme.
- Modifier ou compléter un algorithme ou un programme.

§ 1. Elements d'algorithmique et de programmation

a. Algorithme et programme

DÉFINITION

- Un *algorithme* est une *suite d'instructions*, écrit en pseudo-code.
- Un *programme* exécute un algorithme, écrit dans un code approprié, et renvoie généralement un ou plusieurs résultats.

b. Variable

DÉFINITION

- Une *variable* est une information stockée dans la machine. Elle porte un *nom* et prend des *valeurs*.
- Une variable peut être de *type* entier, flottant, chaîne de caractère, booléen…

c. Instruction

DÉFINITION

- Une *instruction* est une ligne de pseudo-code ou de code.
- Une *séquence d'instructions* est une suite d'instructions.

EXEMPLE

L'instruction $a \leftarrow 1$, écrite en pseudo-code, signifie que la variable a prend la valeur 1.

§ 2. Python

a. Instruction

EXEMPLE

- Code **PYTHON** :

```python
a = 2
b = 3
c = a + b
print(c)
```

- Le programme affiche : 5

b. Structure conditionnelle

EXEMPLE

- Code **PYTHON** :

```python
a = 1
if (a == 1):
    print("bonjour")
else:
    print("au revoir")
```

- Le programme affiche : bonjour

c. Boucle bornée

EXEMPLE

- Code **PYTHON** :

```python
s = 0
for k in range(1, 6):
    s = s + k
    print("s =", s)
```

- Le programme affiche successivement : $s = 1$, $s = 3$, $s = 6$, $s = 10$, $s = 15$

d. Boucle non bornée

EXEMPLE

- Code **PYTHON** :

```
s = 0
k = 1
while k < 6:
    s = s + k
    print("s =", s)
    k = k + 1
```

- Le programme affiche successivement : $s = 1$, $s = 3$, $s = 6$, $s = 10$, $s = 15$

REMARQUE
Contrairement à l'exemple de la boucle bornée, la variable k doit être initialisée avant la boucle et elle doit être incrémentée dans la boucle.