



EXERCICES SUR LA PROBABILITÉ

Exercice 1

Une expérience a été réalisée à la Duke University pour mettre en évidence la perception extra sensorielle (en anglais E.S.P). Pour cela on a utilisé un jeu de 25 cartes comportant cinq séries identiques de cinq cartes aux motifs ci-dessous :



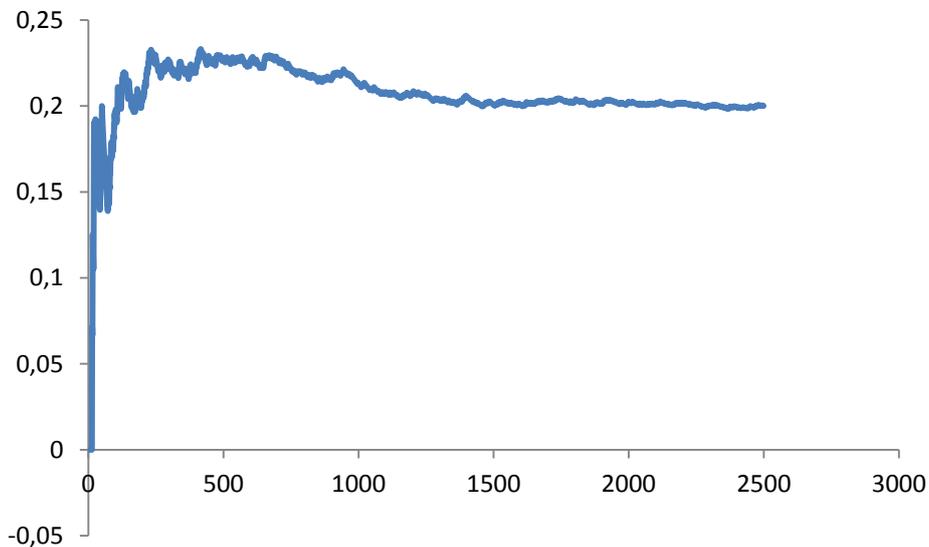
Le principe général de ces expériences réalisées avec ces cartes est le suivant : un élève prend les cartes avec lui pendant que le deuxième se concentre, sans voir la carte, sur le symbole choisi au hasard par son camarade. Un tableau a été préparé à l'avance pour noter les résultats au fur et à mesure de l'expérience. Il contient le nombre d'échecs et de réussites pour chacun.

Pour un sujet prétendant disposer de dons de perception, on obtient le tableau suivant :

Échecs	Réussites
13	12



- 1) **Calculer** son taux de réussite
- 2) Peut-on penser que ce sujet possède réellement des dons de perception ?
- 3) Que faire pour en être certain ?
- 4) On réalise cette expérience avec ce sujet en augmentant le nombre de cartes à chaque fois afin de vérifier ses capacités extra sensorielles. On mesure son taux de réussite qu'on représente dans le graphique ci-dessous.



Décrire le graphique précédent et **expliquer** pourquoi on est face à un imposteur.



Exercice 2

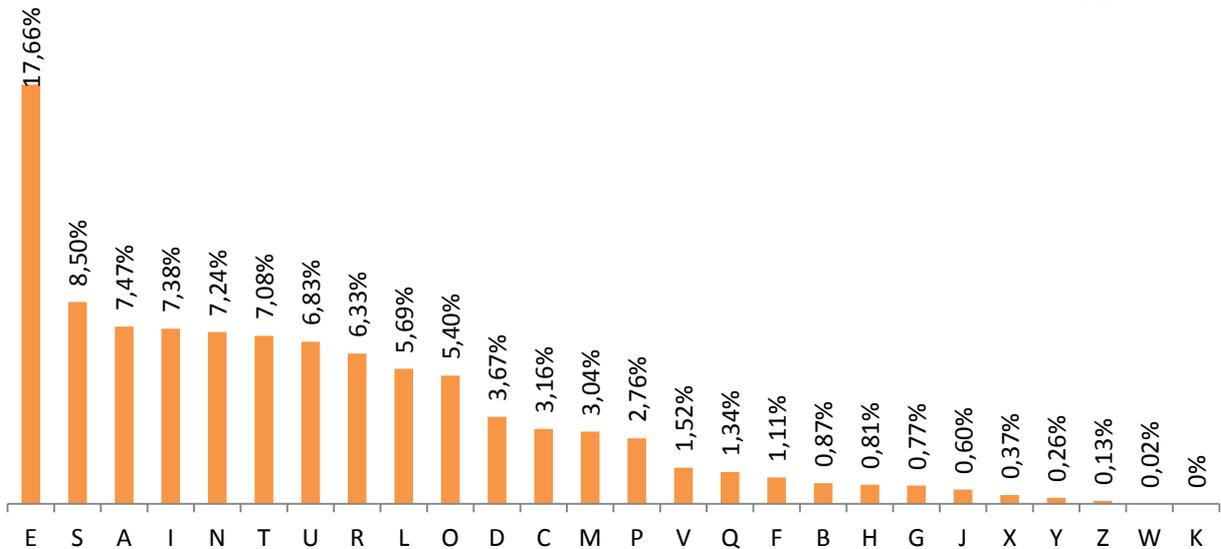
Suite à une coupure de courant électrique, Stéphanie se retrouve dans le noir à choisir une paire de chaussettes parmi les trois paires jaune, verte et bleue dont elle dispose. Le tiroir dans lequel elles se trouvent n'est pas du tout rangé : les chaussettes y sont pêle-mêle. Stéphanie ne prend que deux chaussettes.



- 1) **Représenter** l'arbre des choix possibles.
- 2) **Donner** la probabilité de tirer les deux chaussettes jaunes.
- 3) **Donner** la probabilité de tirer deux chaussettes d'une même couleur.
- 4) Pour être sûr de disposer d'une paire d'une même couleur, **donner** le nombre minimal de chaussettes à prendre.

Exercice 3

Une analyse de la langue française donne les fréquences ci-dessus. Le « E » est la lettre la plus fréquente : en moyenne, sur 10 000 lettres, on le rencontrera 1 766 fois.



- 1) **Calculer** les fréquences d'apparition des lettres « E », « S » et « A » dans le texte de l'énoncé de cet exercice précédant le graphique.
- 2) **Donner** le mot permettant de qualifier le texte utilisé pour notre étude dans la question 1.
- 3) Les valeurs obtenues à la question 1 ne sont pas strictement égales aux valeurs du diagramme.
 - a) Comment s'appelle ce phénomène ?
 - b) Comment appelle-t-on les résultats du diagramme ?
 - c) Comment appelle-t-on les résultats obtenus à la question 1 ?
- 4) **Donner** une proposition pour que les valeurs concordent davantage dans ce type d'exercice.

Remarque : À partir de 1 000 lettres on obtient un échantillon avec des résultats fiables pour les lettres qui ne sont pas très rares.



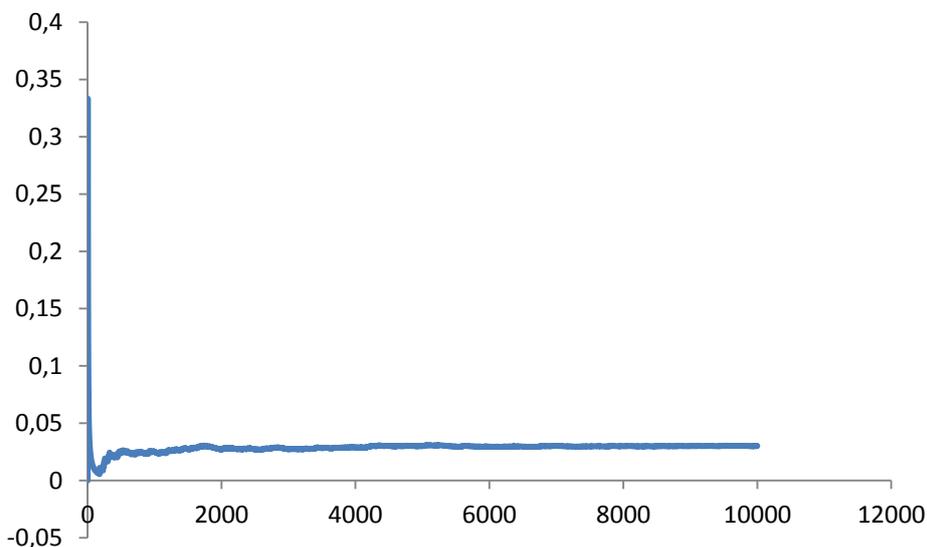
Exercice 4

On rappelle qu'un jeu de 32 cartes dispose de quatre séries de huit cartes (7, 8, 9, 10, valet, dame, roi, as) dans quatre familles (pique, cœur, trèfle, carreau).

Lors d'une partie de carte, le joueur qui commence est le joueur qui tire une figure (valet, dame ou roi) dans le jeu de 32 cartes. Chaque carte tirée est remise dans le jeu qui est mélangé.

- 1) **Dire** si cette épreuve est aléatoire. **Donner** le nombre d'issues possibles.
- 2) **Donner** la probabilité de tirer une figure.
- 3) Dans le cas où deux joueurs tireraient une figure, c'est le rang (valet, dame ou roi) de la carte tirée qui départage.
 - a) **Donner** la probabilité de tirer un roi.
 - b) **Donner** la probabilité de tirer une figure autre qu'un roi.
 - c) Quel lien peut-on établir entre les résultats précédents et celui de la question 2.
- 4) Dans le cas où deux joueurs tireraient une figure de même rang, on les départage en attribuant la priorité « pique – cœur – trèfle – carreau ». On s'intéresse donc à la probabilité de tirer le roi de pique. Pour cela on simule à l'ordinateur 10 000 tirages.
 - a) Au bout de 200 tirages, le roi de pique est sorti 2 fois. **Calculer** la fréquence.
 - b) La plus grande fréquence obtenue au fur et à mesure des tirages est environ 0,33. La plus petite est 0. **Calculer** l'étendue des fréquences.
- 6) En observant le graphique ci-dessous, que constate-t-on au bout de 2 000 tirages ?
- 7) **Donner**, par un calcul, la valeur vers laquelle tend la fréquence.

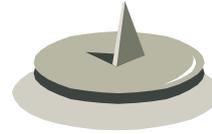
Évolution de l'apparition du roi de pique en fonction du nombre de tirages





Exercice 5

Deux joueurs (joueur A et joueur B) décident de jouer au jeu de la punaise.
 Chaque joueur mise 1 € puis l'un d'eux lance la punaise qui peut retomber soit sur la position « Tête » soit sur la position « Pied ».



**Position
« Tête »**



**Position
« Pied »**

Si la punaise retombe sur la position « Tête », le joueur A gagne et remporte les 2 € ; si elle retombe sur la position « Pied », le joueur B gagne et remporte les 2 €.

Après quelques parties, le joueur A déclare : « j'ai plus de chance de perdre que de gagner ». L'objectif de cet exercice est de vérifier la déclaration du joueur A.

Partie A : Cas de 5 lancers

On lance 5 fois la punaise (expérience n°1) puis on effectue 5 autres lancers (expérience n°2). Les tableaux ci-dessous présentent les résultats obtenus.

Expérience n°1

Lancer	Résultat	Gagnant
1	Tête	Joueur A
2	Tête	Joueur A
3	Pied	Joueur B
4	Pied	Joueur B
5	Pied	Joueur B

Expérience n°2

Lancer	Résultat	Gagnant
1	Pied	Joueur B
2	Tête	Joueur A
3	Tête	Joueur A
4	Tête	Joueur A
5	Tête	Joueur A

- 1) **Calculer** la fréquence f_1 de victoire du joueur A lors de l'expérience n°1.
- 2) **Calculer** la fréquence f_2 de victoire du joueur A lors de l'expérience n°2.
- 3) La déclaration du joueur A semble-t-elle exacte ? **Justifier** la réponse.

Partie B : Augmentation du nombre de lancers

On réalise une première expérience de 100 lancers de punaise, puis une seconde expérience de 1 000 lancers.

Lors d'une expérience, on note à chaque lancer si le joueur A gagne ou non, puis on calcule sa fréquence de victoire lors des lancers alors effectués. Les résultats obtenus sont représentés graphiquement ci-après.

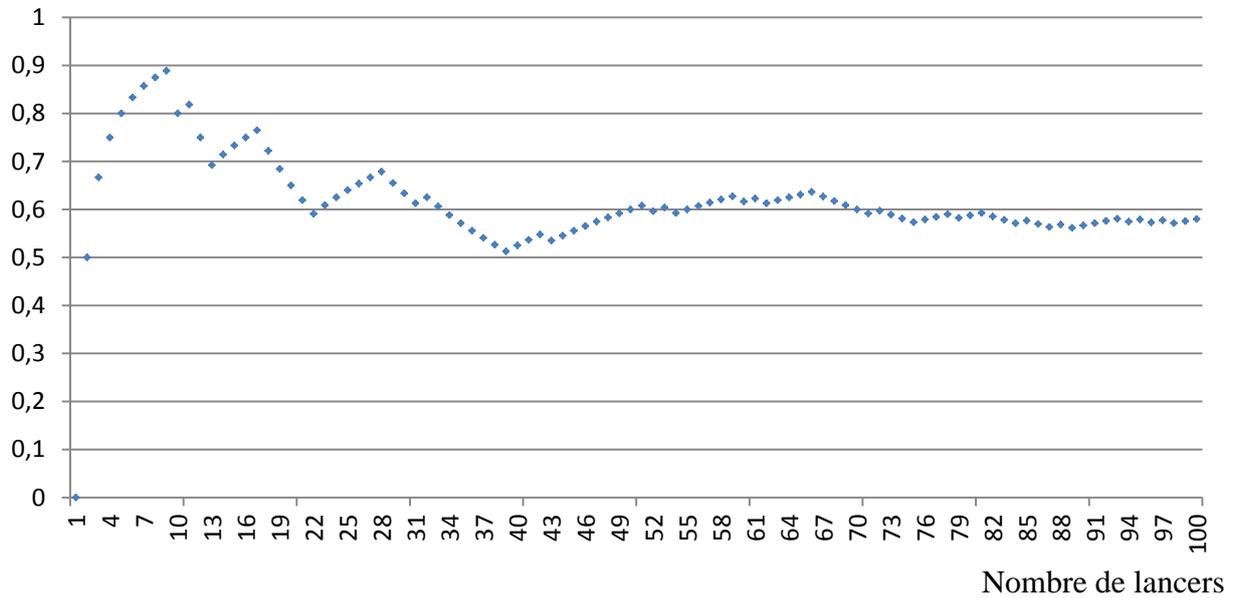


- 4) Que se passe-t-il lorsque le nombre de lancers augmente ?
- 5) En utilisant la représentation graphique correspondant à 1 000 lancers, **estimer** la probabilité que le joueur A gagne.
- 6) Le joueur A a déclaré : « j'ai plus de chance de perdre que de gagner ». **Déduire** des résultats précédents si cette déclaration semble exacte ou non. **Justifier** la réponse.



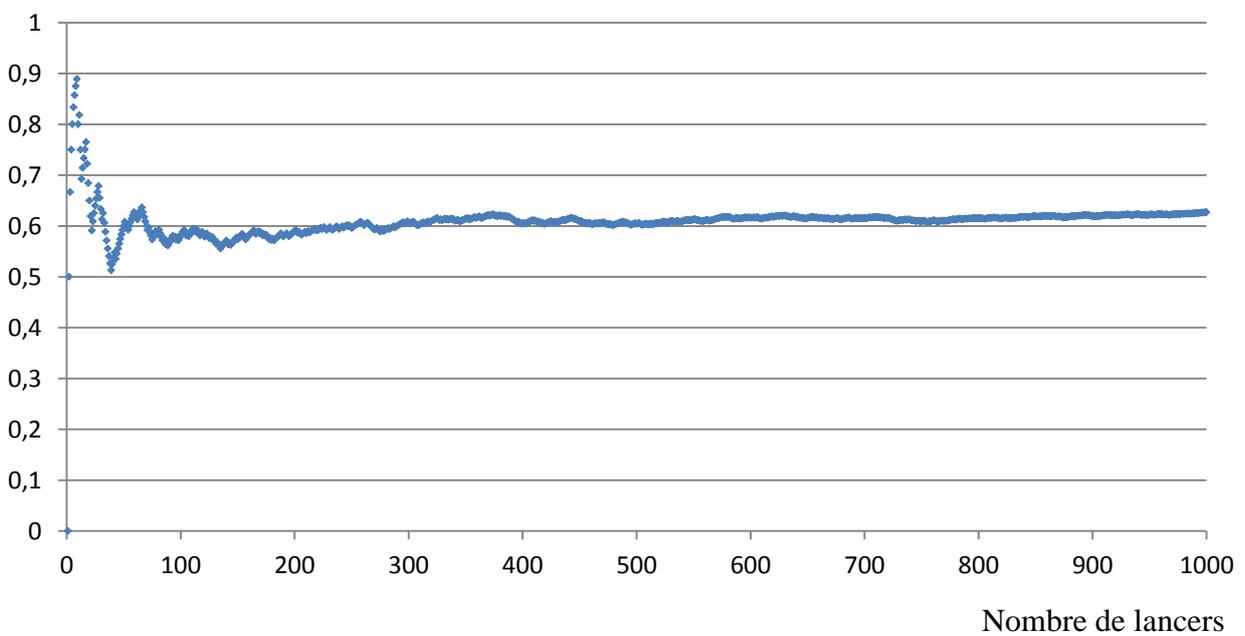
100 lancers

Fréquence



1 000 lancers

Fréquence



(D'après sujet de BEP Session 2011)