

## FONCTION ET ÉPIDÉMIE

### PROBLÈME

Un virus affecte la population d'une ville. On s'intéresse à la progression de son épidémie en fonction du temps.

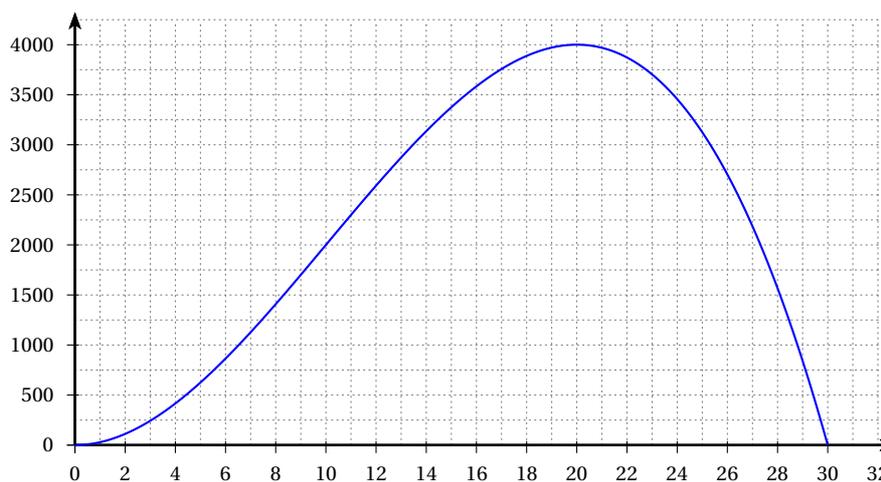
On suppose que cette progression est modélisée par la fonction  $f$  définie sur l'intervalle  $[0 ; 30]$  par :

$$f(x) = -x^3 + 30x^2$$

où  $f(x)$  représente le nombre d'individus infectés par le virus au bout de  $x$  jours.

On note  $f'(x)$  la fonction dérivée de la fonction  $f$  sur l'intervalle  $[0 ; 30]$ .

La courbe ci-dessous représente la fonction  $f$  sur sur l'intervalle  $[0 ; 30]$ .



1. Vérifier que pour tout réel  $x$  de l'intervalle  $[0 ; 30]$ , on a :  $f'(x) = -3x(x - 20)$ .
2. Étudier le signe de  $f'(x)$  sur l'intervalle  $[0 ; 30]$ .
3. En déduire le tableau de variations de la fonction  $f$  sur l'intervalle  $[0 ; 30]$ .
4. En déduire le pic de l'épidémie, c'est à dire le nombre maximal d'individus infectés par le virus.
5. Au bout de combien de jours ce pic est-il atteint?
6. Avec la précision permise par le graphique, déterminer le nombre de jours durant lesquels le nombre d'individus infectés par le virus est supérieur ou égal à 25 % du pic de l'épidémie.
7. Interpréter l'évolution des valeurs suivantes dans le contexte de l'expansion de l'épidémie :

$$f'(12) = 288$$

$$f'(18) = 108$$

$$f'(20) = 0$$

8. Quel jour le taux d'accroissement du nombre d'individus infectés par le virus est-il maximal?