

SUITES NUMÉRIQUES**EXERCICE 1**

On considère la suite de nombres :

20 21 23 26 30 35 41 48 42 37 33 30 28

1. Si 20 est le 1^{er} terme, quel est le 4^{ème} terme? Le 10^{ème} terme? Le terme de rang 12?
2. Recopier et compléter : 28 est le terme de cette suite.
3. A-t-on des termes égaux? Si oui, donner leurs rangs.

EXERCICE 2

Pour chacune des suites « logiques » de nombres, donner les trois termes suivants.

1. -10 -7 -4 -1 2 5.
2. 0 3 6 9 12.
3. 1 3 6 10 15 21.
4. 2 6 12 15 18.
5. 1 10 100 1 000.
6. $1 \quad \frac{1}{2} \quad \frac{1}{4} \quad \frac{1}{8}$.

EXERCICE 3

Pour chaque évolution citée ci-dessous, indiquer si elle est discrète ou continue.

1. Population d'un pays au 1^{er} janvier.
2. Espérance de vie à la naissance.
3. Taux d'équipement des ménages en réfrigérateur au 1^{er} janvier de chaque année.
4. Température d'un four, mis à refroidir, après t minutes.

EXERCICE 4

La relation de récurrence d'une suite u est : $u_{n+1} = 0,5u_n + 2$ et $u_0 = 100$.

Calculer u_1 , u_2 et u_3 .

EXERCICE 5

La relation de récurrence d'une suite u est : $u_{n+1} = 4 - u_n^2$ et $u_1 = 2$.

1. Calculer u_2 , u_3 et u_4 .
2. Reprendre avec $u_1 = -3$.

EXERCICE 6

On s'intéresse à la suite des entiers pairs.

1. Donner le premier entier pair et le suivant.
Par quelle opération passe-t-on de l'un à l'autre?
2. On nomme p_0 le premier terme, dit de rang 0, p_1 le suivant, et ainsi de suite.
Proposer une relation fonctionnelle donnant p_n en fonction de n .

EXERCICE 7

On considère l'algorithme suivant, écrit en langage naturel.

```
n ← 0
u ← 100
n ← n + 1
u ← u × 2 × n
u ← u - 40
```

A chaque ligne de l'algorithme, indiquer les valeurs prises par les variables n et u dans un tableau.

EXERCICE 8

On considère la suite (u_n) définie par la relation fonctionnelle, pour tout $n \in \mathbb{N}$:

$$u_n = -n^2 + 2n + 15$$

1. Calculer les 6 premiers termes de la suite (u_n) .
2. Calculer l'écart $u_{n+1} - u_n$ entre 2 termes consécutifs de cette suite, pour n allant de 0 à 5.
Vérifier que : $u_{n+1} - u_n = 1 - 2n$.
3. On note d_n cette différence. Quel est le sens de variations de la suite (d_n) ?

EXERCICE 9

Une entreprise compte 23 salariés en fin d'année 2010. Durant l'année, le nombre de ses salariés double, mais en fin d'année, 22 salariés quittent l'entreprise.

On note s_n le nombre de salariés à la fin de l'année 2010 + n .

1. Écrire une relation de récurrence entre s_{n+1} et s_n .
2. A l'aide d'une calculatrice, calculer le nombre de salariés de proche en proche, jusqu'à la fin de l'année 2020.

EXERCICE 10

Un indice annuel est modélisé par la suite (u_n) définie par la relation de récurrence :

$$u_{n+1} = 1,05u_n - 3 \text{ et } u_0 = 100$$

1. Représenter cette suite pour n allant de 0 à 7.
2. Les points sont-ils alignés? Proposer une méthode pour le vérifier.

EXERCICE 11

La suite u est la suite arithmétique de raison 10 et de terme initial $u_0 = 0$.

Calculer u_1, u_2, u_3 et u_4 .

EXERCICE 12

La suite u est la suite arithmétique de raison -3 et de terme initial $u_0 = 100$.

Calculer u_1, u_2, u_3 et u_4 .

EXERCICE 13

La suite u est la suite arithmétique de raison $\frac{1}{2}$ et de terme initial $u_0 = \frac{3}{4}$.

Calculer u_1, u_2, u_3 et u_4 .

EXERCICE 14

La suite u est définie, pour tout $n \geq 0$ par : $u_{n+1} = u_n - 5$ et $u_0 = 50$.

On note L la liste des termes de la suite u pour n allant de 0 à 20. Pour chaque affirmation, dire si elle est vraie ou fausse. Argumenter.

1. $65 \in L$.
2. Le 5^{ème} élément de L est 30.
3. Tous les éléments de L sont multiples de 5.

EXERCICE 15

Soit Δ la droite d'équation : $y = -0,5x + 7$.

On désire faire le lien entre les points d'abscisses entières et une suite (u_n) définie pour tout entier n .

1. Dans un repère, tracer la droite Δ restreinte à l'intervalle $[0 ; 8]$.
2. Mettre en valeur les points d'abscisses entières.
3. Donner la relation fonctionnelle de la suite (u_n) .

EXERCICE 16

En 2016, le nombre d'établissements de cinéma actifs s'élève à 2 044, soit 11 de plus qu'en 2015.

On suppose que cette évolution va se poursuivre de la même façon.

1. Quel était leur nombre en 2015?
2. Quel modèle d'évolution peut-on proposer pour les années à venir?
3. Déterminer le nombre d'établissements de cinéma actifs que l'on peut prévoir en 2020.

EXERCICE 17

Amina a 1 500 € sur un compte début janvier.

Chaque fin de mois, sa mère lui verse un montant fixe égal à 23 % de cette somme. Mais Amina dépense 200 € chaque mois.

Quel est le sens de variations du montant de son compte? Argumenter.

EXERCICE 18

Une banque hongroise propose deux placements à intérêts simples :

- le premier de valeur nominale 15 000 € à 8 %;
 - le deuxième de valeur nominale 18 000 € à 6 %;
1. Justifier que les suites (u_n) et (v_n) des capitaux acquis respectivement avec le premier et le deuxième placement, sont arithmétiques.
 2. A l'aide d'un tableur, d'une calculatrice ou de python, visualiser les valeurs de ces deux suites.
 3. Si on ne fait ni retrait ni ajout, après combien d'années le premier placement dépassera-t-il le deuxième placement?

EXERCICE 19

Pour chacune des suites, quelle semble être sa nature? Préciser sa raison.

1. 1 10 100.
2. 4,5 1,5 0,5.
3. -5 3 11.
4. 100 105 110,25.
5. $1 \quad \frac{1}{3} \quad \frac{1}{9}$.

EXERCICE 20

On considère la suite u de terme général : $u_n = 100 \times 1,08^n$ pour tout entier $n \geq 0$.

1. Démontrer que cette suite est géométrique. On précisera la raison et son terme initial.
2. Interpréter la raison en taux d'évolution.

EXERCICE 21

Un capital augmente de 2,5 % par an.

1. Quel est son coefficient multiplicateur d'une année sur l'autre?
2. On note C_n le capital acquis au bout de n années.
Sachant que le capital initial est de 1 000 €, modéliser cette suite.
Préciser sa nature et sa raison.
3. Calculer le capital acquis au bout de 10 ans.

EXERCICE 22

En janvier 2015, M. Tom place un capital à intérêts composés au taux annuel de 5 %.
Après deux ans, en janvier 2017, la valeur acquise par le capital est égale à 2 205 €.

1. Calculer le taux équivalent à deux années de placement.
2. En déduire la valeur initiale du capital placé en janvier 2015.

EXERCICE 23

Une population de bactéries augmente toutes les deux heures de 44 %.

1. Augmente-t-elle de 22 % par heure? Argumenter la réponse.
2. Si la population était de 5 Md de bactéries à 12 h, quelle était la population à 10 h?
3. De quel nombre 1,44 est-il le carré?
4. Montrer que la population de bactéries peut être modélisée par une suite géométrique (p_n) dont on précisera la raison.
5. Calculer la population de bactéries à 20 h.

EXERCICE 24

La population d'un village diminue de 8 % tous les 10 ans. Elle était de 1 500 habitants en 1950.

1. Modéliser la population décennale de ce village par une suite notée v .
Préciser sa nature et sa raison.
2. Calculer le coefficient multiplicateur de la population de 1950 à 1970.
3. Calculer la population v_5 de ce village en 2000.
4. Proposer une méthode pour déterminer le seuil de réduction de moitié de la population.
Résoudre ce problème.

EXERCICE 25

Un flacon contient 1 L d'alcool pur. On décide de le diluer.

- 1^{ère} étape : on retire 1 dL d'alcool du flacon que l'on remplace par 1 dL d'eau et on mélange.
- 2^{ème} étape : on retire 1 dL du mélange que l'on remplace par 1 dL d'eau et on mélange, et ainsi de suite.

Au bout de combien d'étapes y aura-t-il plus d'eau que d'alcool dans le flacon?

EXERCICE 26

On administre un médicament à un patient.

On a constaté que la concentration de ce médicament dans le sang est de 1 g/L, au bout de la 1^{ère} heure, et qu'elle diminue de 9 % par heure.

1. Faire un choix de modèle mathématique. Préciser la nature et la raison.
2. On estime que le médicament n'est plus efficace lorsque sa concentration dans le sang devient inférieure à 0,2 g/L.
Durant combien de temps le médicament a-t-il été efficace?
3. Si on veut que le médicament fasse effet pendant 24 h, quelle doit être la concentration initiale administrée la 1^{ère} heure (à 0,01 g/L près)?

EXERCICE 27

On veut calculer la somme : $S = 1 + 5 + 9 + \dots + 101$.

1. Élaborer une stratégie pour calculer cette somme et l'expliquer.
2. La mettre en pratique en précisant l'outil utilisé (calculatrice, tableur ou script Python).

EXERCICE 28

En 2019, la population d'une ville est de 35 000 habitants.

1. On suppose que le nombre d'habitants augmentera de 500 habitants par an.
Pour tout entier naturel n , on note u_n le nombre d'habitants l'année $(2019 + n)$.
On a ainsi $u_0 = 35\,000$.
 - a. Calculer u_1 et interpréter ce nombre.
 - b. Indiquer la nature de la suite (u_n) .
 - c. On considère l'algorithme ci-dessous, écrit en python :

```
N = 0
U = 35000
while U < 40000 :
    U = U + 500
    N = N + 1
print "N =", N
```

Après son exécution, l'algorithme affiche $N = 10$. Interpréter la valeur de N dans le contexte de l'exercice.

2. On suppose que le nombre d'habitants augmentera de 2 % par an.
Pour tout entier naturel n , on note v_n le nombre d'habitants l'année $(2019 + n)$.
On a ainsi $v_0 = 35\,000$.
 - a. Indiquer la nature de la suite (v_n) . Déterminer sa raison.
 - b. Calculer le nombre d'habitants de la ville en 2029, arrondi à l'unité.

EXERCICE 29

En décembre 2019, le nombre de connexions à un site était de 50 000.

On modélise le nombre de milliers de connexions à ce site au bout de n mois depuis le mois de décembre 2019 par le terme u_n de la suite (u_n) définie par :

$$u_0 = 50 \text{ et } u_{n+1} = 1,1 \times u_n - 4$$

1. Montrer que, selon ce modèle, le nombre de connexions sera de 51 000 en janvier 2020.
2. Calculer u_2 et interpréter ce nombre.
3. Faire une conjecture sur le sens de variations de la suite (u_n) .
4. Montrer que la suite (u_n) n'est pas arithmétique.
5. Montrer que la suite (u_n) n'est pas géométrique.
6. On considère l'algorithme ci-dessous :

```
u = 50
k = 0
while u < 70 :
    u = 1.1*u - 4
    k = k + 1
```

A la fin de l'algorithme, k a pour valeur 12. Interpréter ce résultat.

EXERCICE 30

La masse salariale d'un club de rugby est de 7 500 milliers d'euros en 2018 et de 7 125 milliers d'euros en 2019.

1. Déterminer le pourcentage de réduction de la masse salariale entre 2018 et 2019.
2. A partir de 2019, la direction du club prévoit, chaque année, de réduire de 10 % sa masse salariale.

Pour tout entier naturel n , on modélise la masse salariale, exprimée en milliers d'euros, pour l'année 2019 + n par une suite (M_n) . Ainsi $M_0 = 7\,125$.

- a. Calculer M_1 puis M_2 .
 - b. Montrer que la suite (M_n) est géométrique. Donner sa raison.
3. On admet que, pour tout entier naturel n , $M_n = 0,90^n \times 7\,125$.
Déterminer la masse salariale en 2026. *On donnera le résultat arrondi au millier d'euros.*
 4. Recopier et compléter l'algorithme suivant pour qu'à la fin de son exécution la variable M contienne la masse salariale en 2026, exprimée en milliers d'euros.

```
M = 7125
for n in range(1, ...):
    M = ... *M
```

EXERCICE 31

Un massif de papyrus atteint d'une maladie est composé de 360 tiges de papyrus à la fin du mois de janvier 2019.

Progressivement, certaines feuilles de ce massif jaunissent et les tiges sèchent. On les coupe.

On estime que, chaque mois, le nombre de tiges dans ce massif baisse régulièrement de 15 %.

On modélise le nombre de tiges dans le massif par une suite (u_n) dont le terme général u_n est le nombre de tiges à la fin du $n^{\text{ème}}$ mois de l'année 2019.

Ainsi, $u_1 = 360$ et correspond au nombre de tiges fin janvier 2019, u_2 correspond au nombre de tiges fin février 2019...

Dans cet exercice, tous les résultats seront arrondis à l'unité.

1. Calculer u_2 et u_3 .
2. Exprimer, pour tout entier naturel non nul n , u_{n+1} en fonction de u_n .
3. En déduire la nature de la suite (u_n) en précisant sa raison et son terme initial.
4. On admet que pour tout entier naturel non nul n , $u_n = 360 \times 0,85^{n-1}$.

On cherche à savoir à la fin de quel mois le nombre de tiges sera inférieur à 100 dans le massif.

- a. Compléter le programme ci-dessous écrit en langage Python.

```
def nombre_tiges():
    n = 1
    U = 360
    while ...
        U = ...
        n = n + 1
    return(n)
```

- b. On admet qu'une fois exécuté, ce programme affiche 9.

En déduire à la fin de quel mois le nombre de tiges sera inférieur à 100 dans le massif.