STATISTIQUES ET PROBABILITÉS

EXERCICE 1

Dans un club de sport, on connaît les effectifs des adhérents pour chaque discipline.

Discipline \ Age	de 16 à 18 ans	de 19 à 25 ans	de 26 à 35 ans	plus de 35 ans	Total
Vélo	6	14	20	15	
Aqua-gym	4	9	18	35	
Step	2	5	12	10	
Total					

1. **a.** Combien d'adhérents pratiquent le vélo ?
   b. Quel est le nombre d'adhérents de plus de 35 ans ?
   c. Combien d'adhérents de moins de 26 ans sont inscrits à l'aqua-gym ?
2. Recopier et compléter le tableau par les effectifs marginaux.

EXERCICE 2

Le nombre de filets d'oranges de 2 kg, mis en vente sur une semaine suivant la provenance et la variété, est donné dans le tableau ci-dessous.

Variété \ Provenance	Maroc	Espagne	Brésil	Total
Valencia			100	
Navel	650	250		
Total	800		400	2 000

1. **a.** Recopier et compléter le tableau.
   b. Calculer les fréquences marginales suivant la variété d'oranges.
   c. Calculer les fréquences marginales suivant la provenance.
   d. Parmi les oranges valencia, calculer la proportion venant du Brésil.
2. Un client du magasin a acheté au hasard un filet d'oranges de 2 kg.

   Calculer la probabilité que ce soit un filet :

   a. d'oranges provenant d'Espagne ;
   b. d'oranges de variété navel ;
   c. d'oranges de variété navel et provenant du Maroc ;
   d. d'oranges de variété valencia ou provenant d'Espagne.

EXERCICE 3

Dans les théâtres nationaux, une partie des billets sont plein tarif. Ci-dessous, le tableau des fréquentations en 2015-2016, en milliers, suivant le type de billet.

Type \ Théâtre	Comédie Française	Chaillot	La Colline	Odéon	T.N. de Strasbourg
Plein tarif	215	18	11	52	2
Autres	139	96	92	141	53

1. **a.** Déterminer la proportion de billets plein tarif à la Comédie Française.
   b. La fréquentation totale de ces cinq théâtres est de 819 000 personnes.
   Quelle part représente le Théâtre National de Strasbourg? Le théâtre de l'Odéon?
2. **a.** Pour chaque théâtre, calculer la fréquence de billets plein tarif.
   b. Classer les théâtres suivant cette fréquence.

EXERCICE 4

Le tableau ci-dessous donne la répartition suivant le type d'inscription en handisport et sport adapté en France en 2016, ainsi que l'effectif total pour chaque type d'inscription.

On connaît aussi l'effectif en handisport et l'effectif total.

Type d'inscription	Handisport	Sport adapté	Total
Licence	0,741	0,798	76 363
Autre type de participation	0,221	0,183	19 396
Club	0,038	0,019	2 574
Effectif total	36 693		98 333

1. Interpréter les nombres 0,183 et 0,741.
2. Retrouver le tableau complet des effectifs. Arrondir chaque effectif à 10 inscrits.
3. Déterminer les fréquences conditionnelles suivantes.
   a. La fréquence de licenciés en handisport.
   b. La fréquence de licenciés sport adapté parmi les licenciés.
   c. La fréquence de licenciés sport adapté parmi les inscrits en sport adapté.

EXERCICE 5

Une entreprise loue du matériel, en particulier des tondeuses à gazon de type Bosch (B) ou McCulloch (M).

Avant d'être relouées, les tondeuses sont vérifiées : elles fonctionnent (F) ou non ($\overline{F}$).

On vérifie une tondeuse au hasard.

Pour chaque probabilité, indiquer son écriture mathématique à l'aide des lettres B, M, F et $\overline{F}$.

1. La probabilité que la tondeuse soit en panne et de marque Bosch.
2. La probabilité que la tondeuse Bosch fonctionne.
3. La probabilité que la tondeuse en panne soit de marque McCulloch.

EXERCICE 6

Une ville nouvelle est composée de quatre quartier A, B, C et D. En vue de l'implantation d'un centre sportif, on a recensé les jeunes de 10 à 15 ans qui pratiquent un seul des deux sports : football ou handball.

Sport \ Quartier	A	B	C	D
Football : F	160	130	122	138
Handball : H	68	75	49	58

1. On veut créer un tableau de fréquences.
   a. Reproduire ce tableau en ajoutant les effectifs marginaux.
   b. Dresser le tableau des fréquences par rapport à l'effectif total.
2. On interroge au hasard un jeune de la ville.
   a. On sait que le jeune est du quartier B. Quelle est la probabilité qu'il soit footballeur ?
   b. On sait que le jeune est footballeur. Quelle est la probabilité qu'il soit du quartier B ?
3. Donner l'écriture des événements suivants.
   a. « Le jeune joue au handball et est du quartier C ».
   b. « Le jeune est du quartier B et joue au football ».
   c. « Le jeune est du quartier A ou joue au handball ».
4. Calculer les probabilités suivantes : $p(\text{A})$, $p(\text{H})$ et $p(\text{A} \cap \text{H})$.

EXERCICE 7

Rudy, agent comptable, classe les factures suivant ses fournisseurs.

En vérifiant les factures du mois, Rugby s'aperçoit que certaines factures de deux fournisseurs A et B sont erronées.

Le tableau ci-dessous indique le détail des factures pour ces fournisseurs.

Fournisseur \ Facture	Erronée	Exacte	Total
A	3		72
B			
Total	15		360

1. Recopier et compléter le tableau.
2. Rudy prélève une facture au hasard. On considère les événements suivants :
   - A : « La facture provient du fournisseur A » ;
   - B : « La facture provient du fournisseur B » ;
   - E : « La facture est erronée ».

   a. Calculer $p(\text{E})$ et $p_{\text{A}}(\text{E})$.
   b. Calculer $p_{\text{E}}(\text{A})$.
   c. Comment peut-on qualifier la répartition des factures erronées chez ces deux fournisseurs ?
   d. Calculer $p(\text{E} \cup \text{A})$ et interpréter le résultat.
   e. Calculer la probabilité que la facture soit exacte et provienne du fournisseur B.

EXERCICE 8

Parmi les salariés d'une entreprise, 25 % sont actionnaires dont 60 % sont cadres.

Parmi les non actionnaires, 20 % sont cadres.

On s'intéresse à un salarié pris au hasard dans cette entreprise. On note :

- A : « Le salarié est actionnaire » ;
- C : « Le salarié est cadre ».

1. Placer ces données dans un tableau à deux entrées, présentant le répartition en %.
2. **a.** Calculer $p(A \cap C)$ et $p(\overline{A} \cap C)$.
   b. Calculer $p(C)$. Établir un lien avec les deux calculs précédents.
3. Calculer $p_C(A)$. Interpréter le résultat.

EXERCICE 9

Lors d'un marathon inter-entreprises, 200 participants ont été contrôlés.

Parmi eux, 20 ont eu un résultat « positif » au test anti-dopage.

A la suite d'un examen plus poussé, on se rend compte que 5 coureurs parmi les 20 testés positif n'avaient pris aucun produit dopant et 2 coureurs parmi les testés négatifs avaient pris des produits.

1. Compléter le tableau de répartition des coureurs par les effectifs.

Coureur / Test	Dopé	Non dopé	Total
Positif		5	20
Négatif		2	
Total			200

2. On choisit un coureur au hasard parmi les 200 marathoniens. On considère les événements suivants :
   - D : « Le coureur choisi s'est dopé ».
   - N : « Le coureur choisi est testé négatif ».

   a. Quelle est la probabilité qu'un coureur soit testé positif ?
   b. Exprimer par une phrase chacun des événements « $D \cap \overline{N}$ » et « $\overline{D} \cap N$ ».
   c. Calculer la sensibilité $p_D(\overline{N})$ et la spécificité $p_{\overline{D}}(N)$ de ce test.
   d. Calculer $p(D \cap \overline{N}) + p(\overline{D} \cap N)$, appelé efficacité du test.

EXERCICE 10

Un produit fabriqué en série peut présenter, à l'issue de sa fabrication, un défaut A ou un défaut B (ou bien les deux à la fois).

On prélève un lot de 200 objets. Le défaut A est observé sur 16 objets, le défaut B sur 13 objets et 9 objets ont les deux défauts.

1. Calculer la proportion d'objets ayant le défaut A, la proportion d'objets ayant le défaut B et la proportion d'objets ayant les deux défauts.
2. Déterminer la proportion d'objets ayant au moins un défaut, c'est-à-dire le défaut A ou le défaut B.

EXERCICE 11

Soient A et B deux événements de probabilité non nulle d'une même expérience aléatoire.

On suppose que l'expérience aléatoire consiste à choisir au hasard un individu d'une population E et que les effectifs sont résumés dans le tableau croisé suivant :

	B	$\overline{\text{B}}$	Total
A	Card(A ∩ B)		Card(A)
$\overline{\text{A}}$			
Total	Card(B)		Card(E)

1. En utilisant les notations du tableau, déterminer la formule permettant de calculer :
   a. La probabilité de l'événement A notée $p(\text{A})$.
   b. La probabilité $p(\text{A} \cap \text{B})$.
2. En déduire une formule donnant $\dfrac{p(\text{A} \cap \text{B})}{p(\text{A})}$, sans utiliser Card(A ∩ B) et Card(A).
3. Comparer ce résultat à celui obtenu avec la formule du cours pour $p_{\text{A}}(\text{B})$. Conclure.

EXERCICE 12

Dans cet exercice, on appellera motard tout conducteur d'une moto dont la cylindrée est supérieure à 50 cm^3. La moto peut être de type sportive ou routière.

On interroge au hasard un motard et on note :

- A : « Le motard conduit une moto de catégorie A, de cylindrée 125 cm^3 ou plus ».
- B : « Le motard conduit une moto de catégorie B, d'une cylindrée inférieure à 125 cm^3 ».
- S : « La moto est de type sportive ».
- R : « La moto est de type routière ».

La catégorie A représente 44 % de l'ensemble des motards et 65 % des motards possédant une moto de la catégorie B possèdent une moto de type sportive.

On sait que 36,6 % des motos sont de type routière.

On pourra utiliser le tableau suivant :

	Moto A	Moto B	Total
Routière			
Sportive			
Total			100 %

Tous les résultats des différents calculs seront donnés sous forme décimale et arrondis à 10^{-3}.

1. Démontrer que la probabilité que le motard interrogé soit dans la catégorie B et conduise une moto de type routière est égale à 0,196.
2. **a.** Quelle est la probabilité que le motard choisi conduise une moto de type sportive et soit dans la catégorie A ?
   b. Calculer la probabilité que le motard conduise une moto de type sportive, sachant qu'il a une moto de 125 cm^3 ou plus.
3. On choisit au hasard et de façon indépendante trois motards.

   Quelle est la probabilité qu'au moins un d'entre eux soit de la catégorie B ?

EXERCICE 13

Des études statistiques ont prouvé que 4 % de la population d'un pays est intolérante au gluten.

Pour cette maladie, un laboratoire pharmaceutique élabore un nouveau test de dépistage. Les essais sur un groupe témoin de 1 000 individus ont donné les résultats résumés dans le tableau d'effectifs ci-après.

- 4 % des individus du groupe témoin sont atteints par la maladie ;
- 85 % des personnes atteintes par la maladie réagissent positivement au test.

Recopier et compléter le tableau d'effectifs ci-dessous.

	Test positif	Test négatif	Total
Malade			40
Non malade		950	960
Total			1- 000

On choisit au hasard un individu dans le groupe témoin ; on admet que chaque individu a la même probabilité d'être choisi.

On note les évènements suivants :

- M : « L'individu choisi est atteint par la maladie ».
- T : « L'individu choisi réagit positivement au test ».

1. Déterminer la probabilité de l'événement M.
2. a. Déterminer la probabilité qu'un individu réagisse positivement au test sachant qu'il est atteint par la maladie.
   b. Définir par une phrase l'événement « $M \cap T$ » puis calculer sa probabilité.
   c. Déterminer la probabilité de l'événement T.
3. Certains organismes de santé autorisent la commercialisation d'un test de dépistage lorsque la probabilité de ne pas être atteint par la maladie, sachant que la réaction au test est positive, est inférieure à 20 %.
   a. Le laboratoire pharmaceutique peut-il espérer, selon ce critère, une commercialisation de son test ?
   b. Proposer un critère qui permettrait sa commercialisation.

EXERCICE 14

Un fabricant de couteaux de cuisine possède deux ateliers notés A et B.

L'atelier A fournit 75 % de la production et l'atelier B fournit le reste. Certains couteaux présentent un défaut de fabrication :

- A la sortie de l'atelier A, 6 % des couteaux présentent un défaut D.
- A la sortie de l'atelier B, 4 % des couteaux présentent un défaut D.

La production quotidienne du fabricant est de 200 couteaux par jour.

1. Combien de couteaux proviennent de chacun des deux ateliers ?
2. Construire le tableau croisé des effectifs.
3. Calculer la fréquence en pourcentage des couteaux ayant un défaut.
4. Déterminer $p(A \cap D)$.

EXERCICE 15

Dans une association de 500 membres, les activités proposées sont le jeu de dames, le jeu d'échecs et le jeu de go. Les membres sont classés selon leur tranche d'âge : juniors, adultes, séniors.

On sait que :

- 30 % jouent aux dames et parmi eux, le cinquième sont juniors.
- 60 % jouent aux échecs et parmi eux, 70 % sont adultes.
- Parmi les joueurs de go, il y a 10 juniors et 20 séniors.

1. Compléter le tableau suivant :

Activité / Age	Dames	Echecs	Go	Total
Juniors		50		
Adultes	80			
Séniors				
Total				500

2. On choisit au hasard un membre parmi les 500 membres de l'association.

On considère les événements suivants :

- J : « Le membre est un junior » ;
- A : « Le membre est un adulte » ;
- S : « Le membre est un sénior » ;
- D : « Le membre joue aux dames » ;
- E : « Le membre joue aux échecs » ;
- G : « Le membre joue au go ».

Dans les questions qui suivent, les résultats seront donnés sous forme de fraction irréductible.

a. Déterminer les probabilités des événements A et E.

b. Décrire l'événement $A \cap E$ à l'aide d'une phrase puis calculer sa probabilité.

c. On choisit au hasard un membre parmi les joueurs de dames. Calculer la probabilité que ce soit un sénior.

d. Calculer la probabilité conditionnelle de J sachant E, notée $p_E(J)$.