

SUITES NUMÉRIQUES

(SUJET DE SECOURS)

EXERCICE 1

1. On passe d'un terme au terme suivant en ajoutant 7. On a :

$$u_5 = u_4 + 7 = 20 + 7 = 27$$

$$u_6 = u_5 + 7 = 27 + 7 = 34$$

2. On passe d'un terme au terme suivant en multipliant par 2. On a :

$$u_5 = 2u_4 = 2 \times 96 = 192$$

$$u_6 = 2u_5 = 2 \times 192 = 384$$

3. L'écart entre deux termes consécutifs est augmenté de 3 par rapport à l'écart précédent.
On a :

$$u_5 = u_4 + 17 = 40 + 17 = 57$$

$$u_6 = u_5 + 20 = 57 + 20 = 77$$

EXERCICE 2

On a :

$$u_0 = 0^2 - 1 = -1$$

$$u_1 = 1^2 - 1 = 0$$

$$u_2 = 2^2 - 1 = 3$$

$$u_3 = 3^2 - 1 = 8$$

$$u_4 = 4^2 - 1 = 15$$

EXERCICE 3

1. On a :

$$u_1 = u_0 + (-8) = 100 - 8 = 92$$

$$u_2 = u_1 + (-8) = 92 - 8 = 84$$

2. Pour tout $n \in \mathbb{N}$:

$$u_{n+1} = u_n + (-8) = u_n - 8$$

3. Comme la raison est négative, alors la suite arithmétique (u_n) est une suite décroissante.

4. On obtient successivement $u_{12} = 4$ et $u_{13} = -4$.

Comme la suite est décroissante, alors la plus petite valeur de n telle que $u_n < 0$ est $n = 13$.

EXERCICE 4

1. On a :

$$u_1 = 2u_0 = 2 \times 3 = 6$$

$$u_2 = 2u_1 = 2 \times 6 = 12$$

2. Pour tout $n \in \mathbb{N}$:

$$u_{n+1} = 2u_n$$

3. Comme la raison est supérieure à 1, alors la suite géométrique (u_n) est une suite croissante.

4. On obtient successivement : $u_5 = 96$ et $u_6 = 192$.

Comme la suite est croissante, alors la plus petite valeur de n telle que $u_n > 100$ est $n = 6$.

EXERCICE 5

1. On a :

$$u_1 = 1,10u_0 - 100 = 1,10 \times 5\,000 - 100 = 5\,400$$

$$u_2 = 1,10u_1 - 100 = 1,10 \times 5\,400 - 100 = 5\,840$$

2. Le 31 décembre de chaque année, la population augmente de 10 % et le 1^{er} janvier de l'année suivante, 100 habitants quittent la ville donc, pour tout $n \in \mathbb{N}$, on a :

$$u_{n+1} = 1,10u_n - 100$$

3. On a :

$$u_3 = 1,10u_2 - 100 = 1,10 \times 5\,840 - 100 = 6\,324$$

$$u_4 = 1,10u_3 - 100 = 1,10 \times 6\,324 - 100 \simeq 6\,856$$

$$u_5 = 1,10u_4 - 100 \simeq 1,10 \times 6\,856 - 100 \simeq 7\,442$$

Le 1^{er} janvier 2025, $n = 5$ et la population de la ville sera environ égale à 7 442 habitants.